KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021

Bài thi: **MÔN TOÁN**

MÃ ĐỀ 117

Số báo danh:..............................

(Đề thi có 5 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Nhóm giải đề: Tổ toán : Nguyễn Khuyến

Câu 1: Thể tích của khối lập phương

A. $25a^3$ **B.** $5a^3$ **C.** a^3 **D.** $125a^3$

Câu 2: Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^3 3f(x)dx$ bằng

A. 36 **B.** 3 **C.** 12 **D.** 4

Câu 3: Trong không gian *Oxyz,* cho mặt cầu (*S*) có tâm $I(1;-4;0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (*S*) là:

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=9$ **B.** $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=9$

$(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=3$ **D.** $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=3$

Câu 4: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(-2;3;5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(2;-3;-5)$ **B.** $(-2;3;5)$ **C.** $(2;-3;5)$ **D.** $(-2;-3;5)$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -3 B. -1 C. 5 D. 1

Câu 6: Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 6$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. 54π B. 18π C. 36π D. 108π

Câu 7: Cho a > 0 và a ≠ 1, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng

A. $-\frac{1}{4}$ B. -4 C. $\frac{1}{4}$ D. 4

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3 B. –6 C. 6 D. $\frac{1}{3}$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2 B. 4 C. 5 D. 3

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

A. $(\log_2 3; +\infty)$ B. $(-\infty; \log_2 3)$ C. $(-\infty; \log_3 2)$ D. $(\log_3 2; +\infty)$

Câu 11: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3; 4)$ là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây ?

A. $z_3 = -3 + 4i$ B. $z_4 = -3 - 4i$ C. $z_1 = 3 - 4i$ D. $z_2 = 3 + 4i$

Câu 12: Phần thực của số phức $z = 5 - 2i$ bằng

A. 5 B. –2 C. 2 D. –5

Câu 13: Đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. –3 B. 3 C. 1 D. 0

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y = 9^x$ là

A. $(0; +\infty)$ B. $[0; +\infty)$ C. $\mathbb{R}$ D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

Câu 15: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = \frac{1}{2}$ B. $x = 1$ C. $x = -1$ D. $x = 2$

Câu 16: Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 4$, công thức nào dưới đây đúng

A. $A_n^4 = \frac{n!}{(n-4)!}$ B. $A_n^4 = \frac{(n-4)!}{n!}$ C. $A_n^4 = \frac{4!}{(n-4)!}$ D. $A_n^4 = \frac{n!}{4!(n-4)!}$

Câu 17: Trong không gian *Oxyz,* cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; 5)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

Câu 18: Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây ?

A. $S = 16\pi R^2$ B. $S = \pi R^2$ C. $S = 4\pi R^2$ D. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$

Câu 19: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A. $y = -x^3 + 3x - 1$ B. $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$

C. $y = x^3 - 3x - 1$ D. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$

Câu 20: Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 2$ là

A. $x = \dfrac{9}{5}$ B. $x = 8$ C. $x = \dfrac{8}{5}$ D. $x = 9$

Câu 21: Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 3$ và $\int_1^4 g(x)dx = -2$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. -5 B. 5 C. -1 D. 1

Câu 22: Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

A. $7 - 2i$ B. $7 + 2i$ C. $-1 - 6i$ D. $1 + 6i$

Câu 23: Trong không gian *Oxyz,* cho mặt phẳng *(P)*: $3x - y + 2z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của *(P)*?

A. $\overrightarrow{n_3} = (3;\ 1;\ 2)$ B. $\overrightarrow{n_4} = (3;\ 1;\ -2)$ C. $\overrightarrow{n_2} = (3;\ -1;\ 2)$ D. $\overrightarrow{n_1} = (-3;\ 1;\ 2)$

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = e^x + C$ B. $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$

C. $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$ D. $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$

Câu 25: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{5}{2}a^3$ B. $\dfrac{5}{6}a^3$ C. $\dfrac{5}{3}a^3$ D. $5a^3$

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;\ +\infty)$ B. $(-\infty;\ 0)$ C. $(-1;\ 1)$ D. $(0;\ 1)$

Câu 27: Trên khoảng $(0;\ +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{2}}$ là

A. $y' = \dfrac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$ B. $y' = \dfrac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$ C. $y' = \dfrac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$ D. $y' = \dfrac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$

Câu 28: Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = \dfrac{x^3}{3} + 4x + C$ B. $\int f(x)dx = x^2 + 4x + C$

C. $\int f(x)dx = x^3 + 4x + C$ D. $\int f(x)dx = 2x + C$

Câu 29: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 5$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1]dx$ bằng

A. 12 B. 9 C. 10 D. 8

Câu 30: Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác xuất để lấy được 3 quả màu xanh bằng:

A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{1}{22}$ C. $\frac{7}{44}$ D. $\frac{5}{12}$

Câu 31: Trong không gian *Oxyz,* cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(4;1;2)$. Mặt phẳng đi qua *A* và vuông góc với *AB* có phương trình là:

A. $5x+y+2z-25=0$ B. $3x+y+2z-17=0$

C. $5x+y+2z-5=0$ D. $3x+y+2z-3=0$

Câu 32: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=6$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3b=64$ B. $a^3+b=36$ C. $a^3b=36$ D. $a^3+b=64$

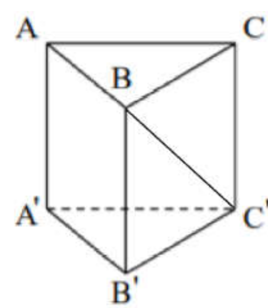
Câu 33: Cho hình chóp *S.ABC* có đáy tam giác vuông cân tại *B, AB* = 2a và *SA* vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ *C* đến mặt phẳng *(SAB)* bằng

A. $2a$ B. $\sqrt{2}a$ C. $2\sqrt{2}a$ D. a

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn iz = 5 + 4i. Số phức liên hợp của z là:

A. $\bar{z}=4-5i$ B. $\bar{z}=-4-5i$ C. $\bar{z}=4+5i$ D. $\bar{z}=-4+5i$

Câu 35: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng



A. 60° B. 30°

C. 90° D. 45°

Câu 36: Trong không gian *Oxyz,* cho điểm M(–1; 3; 2) và mặt phẳng (P): $x-2y+4z-1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

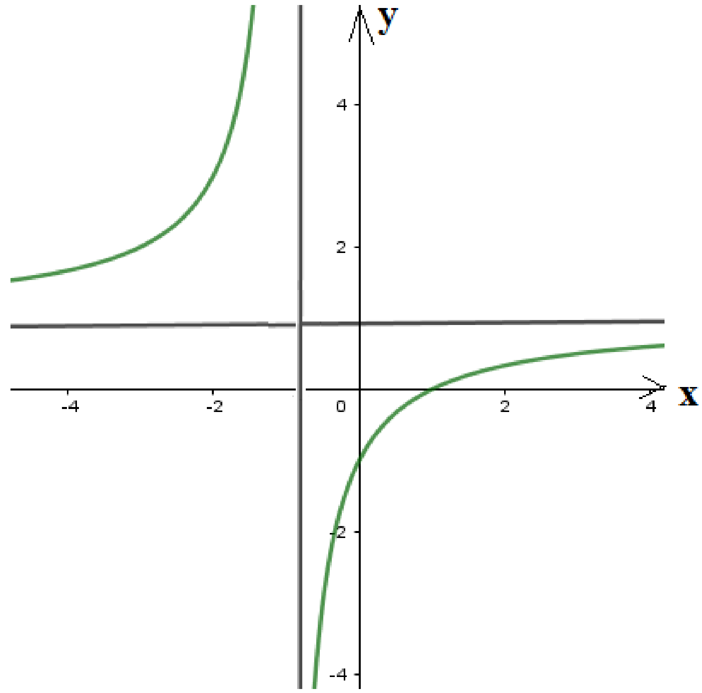
A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+2}{4}$ B. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{1}$

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+2}{1}$ D. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{4}$

Câu **37:** Biết hàm số y = $\dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, a ≠ 1) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. y' < 0, $\forall x \neq -1$ **B.** y' > 0, $\forall x \in \mathbb{R}$

C. y' > 0, $\forall x \neq -1$ **D.** y' < 0, $\forall x \in \mathbb{R}$



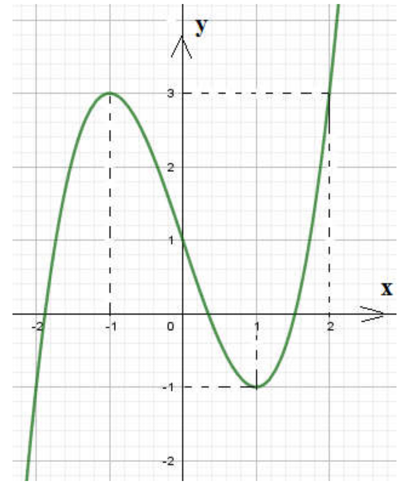
Câu 38: Trên đoạn [0;3], hàm số $y = -x^3 + 3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. x =2 **B.** x = 3 **C.** x = 1 **D.** x = 0

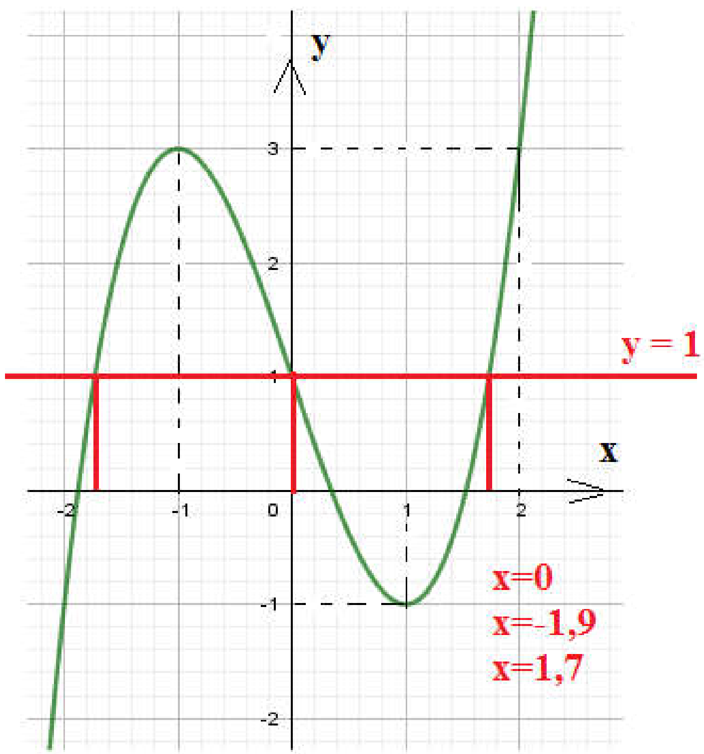
Câu 39: Cho hàm số bậc ba y = f(x) có đồ thị là đường cong trong hình bên.
Số nghiệm thực phân biệt của phương trình f(f(x)) = 1 là

A. 9 B. 3

C. 6 D. 7



Bước 1: Đồ thị f(x) = 1 có ba nghiệm x = 0; x ≈ 1,7; x ≈ -1,9



Bước 2: Đồ thị f(u) = 1; với u = f(x) có ba nghiệm u = 0; u ≈ 1,7; u ≈ -1,9

Suy ra: $\left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=1,7 \\ f(x)=-1,9 \end{array}\right.$

Theo đồ thị, f(x) = 0 là giao điểm của đồ thị với trục ox: y = 0 ; có 3 giao điểm; ứng với ba nghiệm

f(x) = 1,7 là giao điểm của đồ thị với đường thẳng y = 1,7; có 3 giao điểm; ứng với ba nghiệm

f(x) = -1,9 là giao điểm của đồ thị với đường thẳng y = -1,9; có 1 giao điểm; ứng với 1 nghiệm

Vậy, tổng có 7 nghiệm. Chọn D

Câu 40: Cho hàm số f(x) = $\begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F(x) là nguyên hàm của f trên R thỏa mãn F(0) = 2. Giá trị của F(-1) + 2.F(2) bằng

A. 29 B. 33 C. 12 D. 27

Bước 1: Tìm nguyên hàm F(x)

f(x) = $\begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow$ F(x) = $\begin{cases} x^2+5x+C & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3+4x+C & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Bước 2: Tìm C, vì F(0) = 2 (x = 0 < 1) nên tương ứng hàm F(x) = x^3 + 4x + C

Suy ra: 2 = 0 + 0 + C hay C = 2

Bước 3: Tính F(–1) với x = –1 ứng với hàm (b) và F(2) với x = 2 ứng với hàm (a)

$\begin{cases} F(2) = 2^2 + 5.2 + 2 = 16 \text{ (a) khi } x \geq 1 \\ F(-1) = (-1)^3 + 4.(-1) + 2 = -3 \text{ (b) khi } x < 1 \end{cases}$

Vậy: F(–1) + 2.F(2) = –3 + 16.2 = 29

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2} - 9^x\right)[\log_3(x+25) - 3] \leq 0$?

A. 26 B. 2 C. 1 D. 3

Điều kiện bài toán: x > -25

Trường hợp 1: $\begin{cases} [\log_3(x+25)-3] \geq 0 \\ 3^{x^2} - 9^x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x+25) \geq 3 \\ 3^{x^2} \leq 9^x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+25 \geq 3^3 \\ 3^{x^2} \leq 3^{2x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 \leq 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 2 \geq x \geq 0 \end{cases}$

Suy ra, chỉ có x = 2 thõa yêu cầu.

Trường hợp 2: $\begin{cases} [\log_3(x+25)-3] \leq 0 \\ 3^{x^2} - 9^x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x+25) \leq 3 \\ 3^{x^2} \geq 9^x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+25 \leq 3^3 \\ 3^{x^2} \geq 3^{2x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ \left[\begin{array}{l} x \geq 2 \\ x \leq 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$ kết hợp điều kiện

Ta suy ra: -25 < x ≤ 0 và x là số nguyên nên x = -24;-23;....0 (có 25 giá trị ở trường hợp này)

Kết luận: Xét chung 2 trường hợp có 26 giá trị. Chọn A

Câu 42: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng d: $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): x + 2y + z – 4 = 0. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$ B. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-4}$

C. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-4}$ D. $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$

Câu 43: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình z^2 – 2(m + 1).z + m^2 = 0 (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_o thõa mãn | z_o | = 7

A. 4 B. 2 C. 1 D. 3

Trường hợp 1: $\Delta \geq 0 \Rightarrow m \geq \frac{-1}{2}$

Suy ra phương trình sẽ có một nghiệm là z_o = 7

Thế vào phương trình đã cho, tìm m: $7^2 - 2(m + 1).7 + m^2 = 0$ hay $m^2 - 14m + 35 = 0$

Giải được m = $7 \pm \sqrt{14}$ (nhận cả hai giá trị vì thỏa điều kiện m $m \geq \frac{-1}{2}$)

Trường hợp 2: $\Delta \geq 0 \Rightarrow m \geq \frac{-1}{2}$

Suy ra phương trình sẽ có một nghiệm là $z_o = -7$

Thế vào phương trình đã cho, tìm m: $(-7)^2 - 2(m + 1).(-7) + m^2 = 0$ hay $m^2 + 14m + 63 = 0$

Phương trình này vô nghiệm thực m

Trường hợp 3: $\Delta < 0 \Rightarrow m < \frac{-1}{2}$

Giả sử z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình bậc 2 thì nghiệm có dạng: $z_1 = c + di$ và $z_2 = c - di$

Và khi đó: $z_1.z_2 = c^2 + d^2 = |z_1|^2 = |z_2|^2 = |z_o|^2 = 49$, mà $P = z_1.z_2 = m^2$

Vậy, ta có: $m^2 = 49$ hay $m = -7$ (nhận) và m = 7 (loại vì $m < -\frac{1}{2}$)

Kết luận: có 3 giá trị m. Chọn D

Câu **44:** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3};3\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy} = (1+xy)27^{9x}$?

A. 27 B. 9 C. 12 D. 11

Giả sử y là một trong những số nguyên thỏa mãn yêu cầu, lúc đó ta xét phương trình: $27^{3x^2+xy} = (1+xy)27^{9x}$ trên $D = \left(\frac{1}{3};3\right) \cap \{x \in \mathbb{R} : xy > -1\}$, và trên D nó tương đương với $f(x) = 0$, trong đó:

$$f(x) = 3x^2 + (y-9)x - \frac{1}{3}\log_3(1+xy)$$

$$\Rightarrow f'(x) = 6x + y - 9 - \frac{y}{3(1+xy)\ln 3},\ f''(x) = 6 + \frac{y^2}{(1+xy)^2 \ln 3}$$

Ta có các trường hợp sau:

TH 1: Nếu $y < 0$, khi đó vì nghiệm $x \in \left(\frac{1}{3};3\right) \Rightarrow y \geq -2;\ D = \left(\frac{1}{3};-\frac{1}{y}\right)$

Trên D ta có: $\lim\limits_{x \to \frac{1}{3}^+} f(x) = \frac{1}{3} + y - 9 - \frac{1}{3}\log_3\left(1 + \frac{1}{3}y\right) \leq -9 - \frac{1}{3}\log_3\left(1 - \frac{2}{3}\right) < 0$

Kết hợp $\lim\limits_{x \to \frac{1}{3}^+} f(x) = +\infty$ và f liên tục trên $D \Rightarrow f$ có điểm triệt tiêu trên $D \Leftrightarrow y \in \{-2;-1\}$ thỏa yêu cầu.

TH 2: Nếu y = 0, khi đó $f(x) = 3x^2 - 9x < 0$ với mọi $x \in D \Rightarrow$ Loại

TH 3: Nếu $y \ge 10$, khi đó ta có: $\lim\limits_{x \to \frac{1}{3}^+} f'(x) = y - 7 - \dfrac{y}{(3+y)\ln 3} > y - 8 > 0$

Kết hợp $f'(x)$ tăng ngặt trên $D \Rightarrow f$ tăng ngặt trên *D*, có $\lim\limits_{x \to \frac{1}{3}^+} f(x) = \dfrac{1}{3} + y - 9 - \dfrac{1}{3}\log_3\left(1 + \dfrac{1}{3}y\right)$

Xét $g(y) = \dfrac{1}{3} + y - 9 - \dfrac{1}{3}\log_3\left(1 + \dfrac{1}{3}y\right)$ trên $[10;+\infty]$, ta có: $g'(y) = 1 - \dfrac{1}{3(3+y)} > 0$

$g(10) = \dfrac{4}{3} - \dfrac{1}{3}\log_3\left(1 + \dfrac{10}{3}\right) > 0 \Rightarrow g(y) > 0$ với mỗi $y \ge 10 \Rightarrow f(x) > 0$ với mọi $x \in D$

TH 4: Nếu $1 \le y \le 9$, khi đó do $g(9) = \dfrac{1 - \log_3 4}{3} < 0$ và g tăng ngặt trên $[1;9]$; ta có:

$\lim\limits_{x \to \frac{1}{3}^+} f(x) = g(y) = \dfrac{1}{3} + y - 9 - \dfrac{1}{3}\log_3\left(1 + \dfrac{1}{3}y\right) < 0$

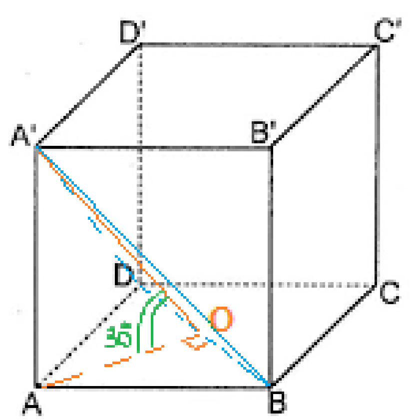
Theo BĐT số *e*, ta có: $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = 3y - \dfrac{1}{3}\log_3(1+3y) > 3y - \ln(1+3y) > 0$. Theo tính liên tục của *f*, ta thấy *f* liên tục trên D.

Vậy, $y \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ và $-2 \le y \le 9$. Do đó có 11 giá trị y thỏa mãn.

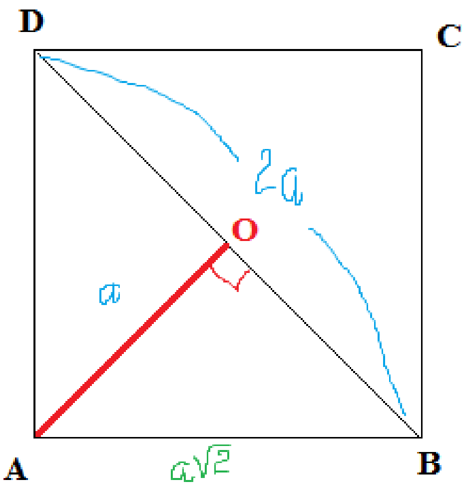
Câu **45:** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, BD = 2a, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30°. Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng

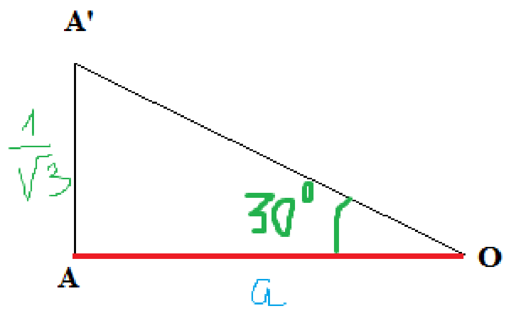
A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a^3$ B. $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}a^3$ C. $2\sqrt{3}a^3$ D. $6\sqrt{3}a^3$

Bước 1: Góc giữa $(A'BD)$ và $(ABCD)$ là góc $\widehat{A'OA} = 30^\circ$.



Bước 2: Tính S đáy và đường cao AA’





Xét đáy có BD = 2a; AO =a; AB = $a\sqrt{2}$ Xét tam giác AA'O có đường cao AA' = $\frac{1}{\sqrt{3}}a$

Khi đó, S = $\left(a\sqrt{2}\right)^2 = 2a^2$

Vậy, thể tích của khối chữ nhật V = S.h = $2a^2.\frac{1}{\sqrt{3}}a = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$

Câu **46:** Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là –3 và 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và y = 1 bằng

A. $2\ln 3$ **B.** $\ln 3$ **C.** $\ln 18$ **D.** $2\ln 2$

Bước 1: Nếu x_1 và x_2 là nghiệm của $g'(x) = 0$ thì theo giả thiết, ta có: $\left[\begin{array}{l} g(x_1) = -3 \\ g(x_2) = 6 \end{array}\right.$

Bước 2: Theo đề, ta có phương trình hoành độ giao điểm : $\frac{f(x)}{g(x)+6} = 1 \Leftrightarrow f(x) = g(x)+6$

Theo đề: $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$

Suy ra: $f(x) - g(x) = -f'(x) - f''(x)$ (*)

Tính đạo hàm: $g'(x) = f'(x) + f''(x) + $ **$f'''(x)$** $= f'(x) + f''(x) + 6$ (**)

Trong đó: $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$; $f''(x) = 6x + 2a$; **$f'''(x) = 6$**

Bước 3: Yêu cầu bài toán S= $\int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{f(x)}{g(x)+6} - 1\right|dx = \int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{f(x)-g(x)-6}{g(x)+6}\right|dx = ?$

Thế (*) vào, ta được: S= $\int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{f(x)-g(x)-6}{g(x)+6}\right|dx = \int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{-f'(x)-f''(x)-6}{g(x)+6}\right|dx = \int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{f'(x)+f''(x)+6}{g(x)+6}\right|dx$

Thế (**) vào, ta được: S= $\int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{f'(x)+f''(x)+6}{g(x)+6}\right|dx = \int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{g'(x)}{g(x)+6}\right|dx$

Vậy, ta tính được tích phân này có dạng $\frac{u'}{u}$: $S=\int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{g'(x)}{g(x)+6}\right|dx=\ln|g(x)+6|\Big|_{x_1}^{x_2}=\ln|g(x_2)+6|-\ln|g(x_1)+6|$

$=\ln|6+6|-\ln|-3+6|$

$=\ln|12|-\ln|3|=\ln 4=2\ln 2$

Chọn D

Câu 47: Cho hai số phức z và w thỏa mãn | z | = 1 và | w | = 2. Khi | z +iw – 6 – 8i| đạt giá trị nhỏ nhất thì $|z-w|$ bằng

A. $\sqrt{5}$ **B.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$ **C.** $\frac{\sqrt{29}}{5}$ **D.** 3

Bước 1: Ứng dụng bất đẳng thức $\left|\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}\right|\ge\left|\vec{a}\right|-\left|\vec{b}\right|-\left|\vec{c}\right|$ và Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}\vec{a}=k.\vec{b}\\ \vec{a}=k.\vec{c}\end{cases}$

$\left|z+i\overline{w}-6-8i\right|=\left|(-6-8i)-(-z)-\left(-i\overline{w}\right)\right|\ge\left|(-6-8i)\right|-\left|(-z)\right|-\left|\left(-i\overline{w}\right)\right|=10-|z|-|w|=7$

Vậy : $\left|z+i\overline{w}-6-8i\right|\overset{\min}{=}7$

Bước 2: Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}-6-8i=k_1.(-z)\\ -6-8i=k_2.\left(-i.\overline{w}\right)\end{cases}$ $(k_1;k_2\ge 1)$

Để sử dụng giả thiết, lấy modul 2 vế, ta có: $\Leftrightarrow\begin{cases}|-6-8i|=\left|k_1.(-z)\right|\\ |-6-8i|=\left|k_2.\left(-i.\overline{w}\right)\right|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}10=k_1|z|=k_1.1\\ 10=k_2|w|=k_2.2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k_1=10\\ k_2=5\end{cases}$

Vậy, ta được: $\begin{cases}-6-8i=k_1.(-z)\\ -6-8i=k_2.\left(-i.\overline{w}\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-6-8i=10.(-z)\\ -6-8i=5.\left(-i.\overline{w}\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}.i\\ \overline{w}=\frac{8}{5}-\frac{6}{5}.i\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}.i\\ w=\frac{8}{5}+\frac{6}{5}.i\end{cases}$

Vậy: $|z-w|=\left|\left(\frac{3}{5}+\frac{4}{5}.i\right)-\left(\frac{8}{5}+\frac{6}{5}.i\right)\right|=\frac{\sqrt{29}}{5}$

Câu 48: Cắt hình nón (δ) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 60^o, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh 4a. Diện tích xung quanh của nón (δ) bằng

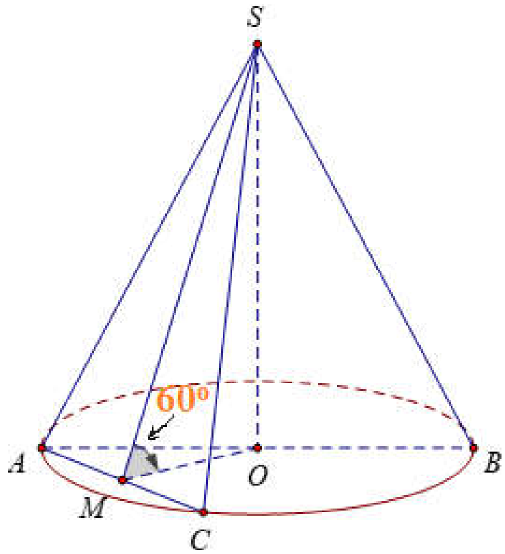
A. $8\sqrt{5}\pi a^2$ **B.** $8\sqrt{13}\pi a^2$ **C.** $4\sqrt{13}\pi a^2$ **D.** $4\sqrt{7}\pi a^2$

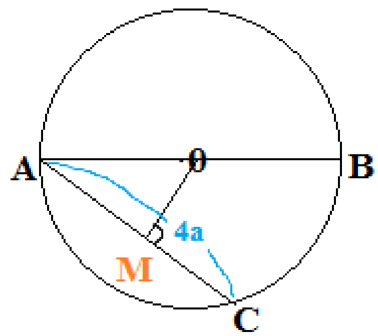
Bước 1: Góc tạo bởi *mặt phẳng đi qua đỉnh* và *mặt phẳng chứa đáy* là $\widehat{SMO}=60^o$

Thiết diện là tam giác đều SAC có SA = SC = AC = 4a và SM là đường cao nên SM = $2\sqrt{3}$ a

Xét tam giác vuông SMO có SM = $2a\sqrt{3}$ nên MO = $a\sqrt{3}$

Tính bán kính đáy: Xét tam giác vuông AOM có AM = $\frac{AC}{2}=2a$; MO = $a\sqrt{3}$ nên OA = $a\sqrt{7}$





Bước 2: Tính diện tích xung quanh hình nón, với bán kính mặt đáy r = OA = $a\sqrt{7}$; đường sin l = SA=4a

$S_{xq} = \pi.r.l = \pi . a\sqrt{7} . 4a = 4\sqrt{7}\pi a^2$

Câu **49:** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm A(1; – 3; – 4) và B(–2; 1; 2). Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho MN = 2. Giá trị lớn nhất của |AM – BN| bằng

A. $3\sqrt{5}$ **B.** $\sqrt{13}$ **C.** $\sqrt{61}$ **D.** $\sqrt{53}$

Bước 1: Mặt phẳng (Oxy): z = 0 (đặt f = z)

Xét f(A) = -4 ; f(B) = 2 (là thế tọa độ điểm A; B vào phương trình mặt phẳng (Oxy))

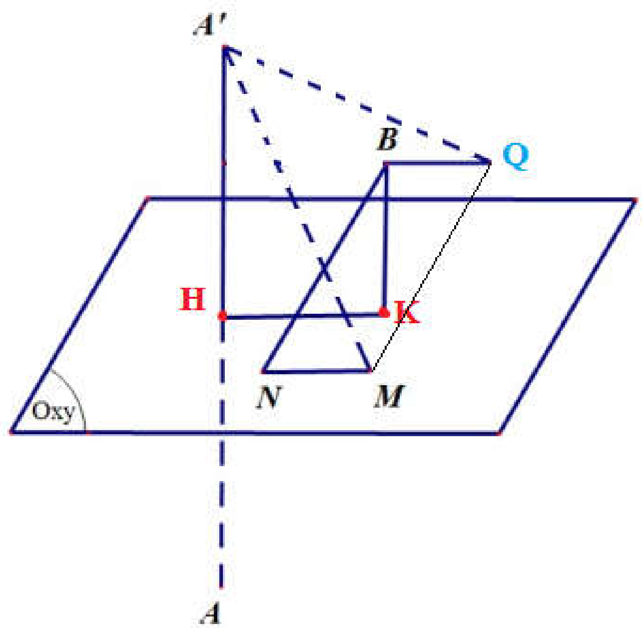
Xét: f(A) . f(B) = (-4).2 = -8 < 0 nên hai điểm A, B nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy)

Bước 2: Gọi H; K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên mặt phẳng (Oxy), khi đó ta có:

H (1;–3;0), K (–2; 1; 0) $\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{HK} = (-3;4;0) \\ HK = 5 \end{cases}$

$|AM - BN|$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow \overrightarrow{MN}$ cùng phương $\overrightarrow{HK} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{HK} = \left(-\frac{6}{5};\frac{8}{5};0\right)$

Bước 3: Lấy điểm A’ đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) $\Rightarrow$ A’ (1; –3; 4) $\Rightarrow$ A’$M = AM$



Lấy điểm Q sao cho $\overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{MN} \Rightarrow$ Q$\left(-\frac{16}{5};\frac{13}{5};2\right)$.

BQMN là hình bình hành nên QM =BN

Ta có: $|AM - BN| = |A'M - QM| \le A'Q = \sqrt{53}$

$\Rightarrow$ Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng $\sqrt{53}$, dấu bằng xảy ra khi B nằm giữa HQ

Câu **50:** Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm f’(x) = (x – 7).(x^2 – 9), $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để $g(x) = f\left(|x^3 + 5x| + m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị ?

A. 6 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 7

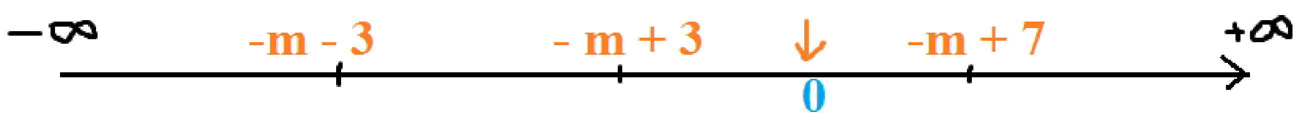
Bước 1: Xét hàm số f(u) đạt cực trị tại $u = \pm 3$; $u = 7$ (lấy theo hàm f'(x))

Bước 2: Xét hàm số f(u) = $f\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)$; khi đó $u = |x^3 + 5x| + m$; và u lại được xem là một hàm số

Tính đạo hàm: f(u) = $f'=\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)'.f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=(3x^2+5).\dfrac{x^3+5x}{\left|x^3+5x\right|}.f'(u)=0$

$$\left[\begin{array}{l} x^3+5x=0 \\ f'(u)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ u=7 \\ u=-3 \\ u=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ \left|x^3+5x\right|=-m+7 \\ \left|x^3+5x\right|=-m+3 \\ \left|x^3+5x\right|=-m-3 \end{array}\right.$$

Vì m > 0 (nguyên dương) nên $\left|x^3+5x\right|=-m-3$ vô nghiệm



Vị trí số 0 như trục số sẽ làm cho hệ trên có 3 nghiệm là x = 0 và $\left|x^3+5x\right|=-m+7$ có hai nghiệm

Vậy, để hàm có ít nhất 3 cực trị thì – m + 7 > 0 hay m < 7. Vậy m = 1;2;3;4;5;6

Chọn A