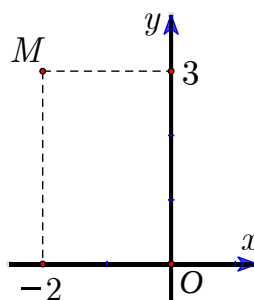




Câu 1: Điểm M trong hình vẽ bên dưới biểu thị cho số phức



- A. $3+2i$. B. $2-3i$. C. $-2+3i$. D. $3-2i$.

Câu 2: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_9 x$ là

- A. $y' = \frac{1}{\ln 9}$. B. $y' = \frac{9}{x}$. C. $y' = \frac{1}{2x \ln 3}$. D. $y' = \frac{\ln 9}{x}$.

Câu 3: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{3}{7}}$ là

- A. $y' = \frac{3}{7}x^{\frac{4}{7}}$. B. $y' = \frac{7}{3}x^{\frac{-4}{7}}$. C. $y' = \frac{3}{7}x^{\frac{-4}{7}}$. D. $y' = \frac{3}{7x^{\frac{4}{7}}}$.

Câu 4: Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} < 4$ có bao nhiêu nghiệm nguyên âm?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 3, u_3 = 6$. Số hạng đầu u_1 là

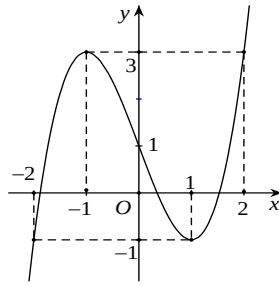
- A. 2. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. 0.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng P có phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{1} = 1$.

Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của P

- A. $\vec{n} = 2; -3; 1$. B. $\vec{n} = 1; -3; 2$. C. $\vec{n} = 3; -2; 6$. D. $\vec{n} = -3; 2; 6$.

Câu 7: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là

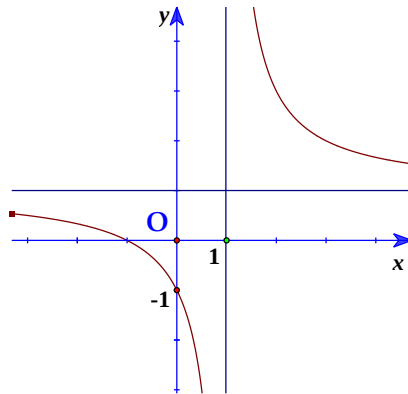


- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 8: Cho $\int_0^4 f(x)dx = 4$ và $\int_1^2 f(x)dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx$

- A. $I = 1$. B. $I = 2$. C. $I = 3$. D. $I = 4$.

Câu 9: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = \frac{-x}{1-x}$. B. $y = \frac{2x+1}{2x-2}$. C. $y = \frac{x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(6; 2; -5)$, $N(-4; 0; 7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính MN ?

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$. B. $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+6)^2 = 62$.
C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$. D. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 62$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vector pháp tuyến là $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$. Biết cosin góc giữa hai vector $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$ bằng $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 12: Cho số phức $z = 2 + 3i$, tổng phần thực và phần ảo của số phức z^2 bằng

- A. 7. B. 12. C. -5. D. 6.

Câu 13: Cho lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng $3a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{2}$. B. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{4}$. C. $\frac{27\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $\frac{27\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\sqrt{2}a^3$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 15: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 3 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) . Tính bán kính r của (C) .

- A. $r = \sqrt{2}$. B. $r = 2\sqrt{2}$. C. $r = 2$. D. $r = \sqrt{5}$.

Câu 16: Cho số phức $\bar{z} = 2021 - 2022i$. Phần thực và phần ảo của z lần lượt là

- A. 2021 và 2022. B. 2022 và 2021. C. 2022 và -2021 . D. 2021 và -2022 .

Câu 17: Một hình trụ có bán kính đáy bằng $5cm$, chiều cao $5cm$. Diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng

- A. $50cm^2$. B. $100cm^2$. C. $50\pi cm^2$. D. $100\pi cm^2$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z + 2 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. Điểm $N(-1; 0; 1)$. B. Điểm $P(-2; 1; -1)$. C. Điểm $Q(3; 1; 1)$. D. Điểm $M(1; 1; 2)$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	+		- 0 +	
y		5	-2	$+\infty$

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là.

- A. $(2; -2)$. B. $(1; 5)$. C. $(-2; 2)$. D. Không có điểm cực đại.

Câu 20: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có:

- A. Tiệm cận đứng là $x = -1$; tiệm cận ngang là $y = -2$.
 B. Tiệm cận đứng là $x = 1$; tiệm cận ngang là $y = 2$.
 C. Tiệm cận đứng là $x = 1$; tiệm cận ngang là $y = -2$.
 D. Tiệm cận đứng là $x = -1$; tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x) < \log(x+6)$ là:

- A. $(6; +\infty)$. B. $(0; 6)$. C. $[0; 6)$. D. $(-\infty; 6)$.

Câu 22: Một giá sách có 4 quyển sách Toán và 5 quyển sách Văn. Số cách chọn ra 3 quyển sách từ giá sách là

- A. $3!$. B. C_4^3 . C. C_5^3 . D. C_9^3 .

Câu 23: Nếu $\int f(x)dx = e^x + \sin x + C$ thì $f(x)$ bằng.

- A. $e^x - \cos x$. B. $e^x + \sin x$. C. $e^x - \sin x$. D. $e^x + \cos x$.

Câu 24: Biết $F(x) = x^4$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_{-1}^2 (6x + f(x))dx$ bằng

- A. $\frac{78}{5}$. B. 24. C. $\frac{123}{5}$. D. 33.

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x} - 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = -\ln|x| + 2x + C$. B. $\int f(x)dx = \ln|x| - 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = -\frac{1}{x^2} - 2x + C.$

D. $\int f(x)dx = \ln|x| + 2x + C.$

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$			3			1		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

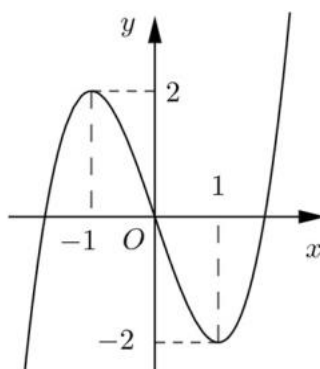
A. $(0; 2).$

B. $(1; 3).$

C. $(-2; 0).$

D. $(1; +\infty).$

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. $-1.$

B. $-2.$

C. $2.$

D. $1.$

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5\left(\frac{25}{a^3}\right)$ bằng

A. $\frac{2}{3\log_5 a}.$

B. $2 - 3\log_5 a.$

C. $25 - 3\log_5 a.$

D. $2 + 3\log_5 a.$

Câu 29: Tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \sqrt{x - x^2}$ và trục Ox quanh trục Ox .

A. $V = \frac{\pi}{6}.$

B. $V = \frac{\pi}{2}.$

C. $V = \frac{\pi}{4}.$

D. $V = \frac{\pi}{3}.$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh bằng a và $SA \perp (ABCD), SA = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SDC) .

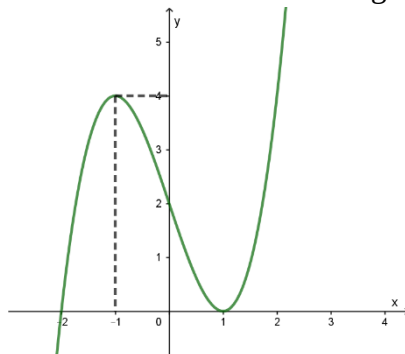
A. $30^\circ.$

B. $90^\circ.$

C. $60^\circ.$

D. $45^\circ.$

Câu 31: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x + 2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.



- A. $0 < m < 4$. B. $m > 4$. C. $0 \leq m \leq 4$. D. $m < 0$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)(4-x)^2$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$. B. $(3; 5)$. C. $(1; 4)$. D. $(0; 2)$.

Câu 33: Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là:

- A. $\frac{60}{143}$. B. $\frac{238}{429}$. C. $\frac{210}{429}$. D. $\frac{82}{143}$.

Câu 34: Cho phương trình $\log_2^2 x^2 + \log_2(4x) - 5 = 0$. Đặt $t = \log_2 x$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

- A. $2t^2 + t - 3 = 0$. B. $4t^2 + t - 5 = 0$. C. $4t^2 + t - 3 = 0$. D. $2t^2 + t - 5 = 0$

Câu 35: Xét các số phức z thỏa mãn $(z-4i)(\bar{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm của đường tròn đó.

- A. $(-1; -2)$. B. $(-1; 2)$. C. $(1; 2)$. D. $(1; -2)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1): x - y - z + 1 = 0$ và $(P_2): z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 0; -3)$ và song song với hai mặt phẳng trên.

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{0}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z}{3}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{0}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z}{3}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1; 4; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$. Hình chiếu vuông góc của điểm H trên đường thẳng Δ có tọa độ là

- A. $(2; 1; 0)$. B. $\left(\frac{13}{9}; \frac{19}{9}; -\frac{10}{9}\right)$. C. $\left(\frac{23}{9}; -\frac{1}{9}; \frac{10}{9}\right)$. D. $\left(\frac{19}{9}; \frac{7}{9}; \frac{2}{9}\right)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AD = 2a, SA = a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng:

- A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$. B. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

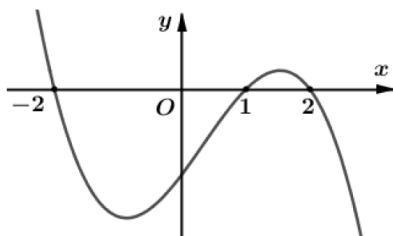
Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y)$?

- A. 115. B. 58. C. 59. D. 116.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(x) = 4f(-2x+3)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(2) - F(4) = 24$. Khi đó $\int_{-1}^5 f(x)dx$ bằng

- A. 10. B. 12. C. -10. D. -12.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Đặt $g(x) = f(|x| + m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ có đúng 5 điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. Vô số.

Câu 42: Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z| = |w| = 1$, $|z + w| = \sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |zw + 2i(z + w) - 4|$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{1+5\sqrt{2}}{4}$. C. $5 - 2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại C , cạnh đáy AB bằng $2a$ và $\angle ABC$ bằng 30° . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CB' bằng $\frac{a}{2}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($b, c, d, e \in \mathbb{R}$) có các giá trị cực trị là 1, 4 và 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ và trục hoành bằng

- A. 4. B. 6. C. 2. D. 8.

Câu 45: Tổng các giá trị nguyên của tham số a để phương trình $z^2 - 2(a+2)z + a^2 + 3a = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

- A. 4. B. -3. C. 3. D. -4.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-5}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) vuông góc với d và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3.

- A. $(\alpha): x - 2y - 5z + 11 = 0$. B. $(\alpha): x - 2y - 5z - 11 = 0$.
C. $(\alpha): x - z + 3 = 0$. D. $(\alpha): x - 2y - 5z + 5 = 0$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên không âm $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện $\log_2 \frac{x^2 + y^2 + 6}{4x + 6y + 9} + 1 \geq \log_2 \frac{x^2 + y^2 + 5}{2x + 3y + 4}$?

- A. 43. B. 49. C. 42. D. 45.

Câu 48: Cho hình trụ (H) có hai đáy là hai đường tròn có tâm O và O' , mặt phẳng (α) đi qua O' và cắt đường tròn tâm O tại hai điểm A, B sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và có diện tích

$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Biết góc giữa $\text{mp}(\alpha)$ và $\text{mp}(OAB)$ bằng 60° , tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng $(O'AB)$?

- A. $\frac{3a}{8}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{3a}{4}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{8}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-2;0)$ và $B(3;4;5)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$ và $(S_2):x^2+y^2+z^2-2x-6z+7=0$. Xét hai điểm M, N là hai điểm bất kì thuộc (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng

- A. $72-2\sqrt{34}$ B. $\sqrt{72-2\sqrt{34}}$ C. $72+2\sqrt{34}$ D. $\sqrt{72+2\sqrt{34}}$.

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=|mx^3-mx^2+16x-32|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

- A. $-1 \leq m \leq 2$ B. $-2 \leq m \leq 0$ C. $m \in \emptyset$ D. $m \in \mathbb{R}$.

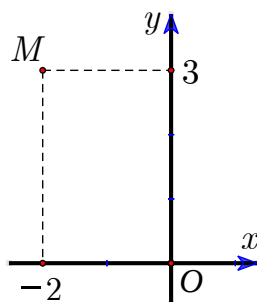
----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.C	4.C	5.C	6.C	7.D	8.A	9.C	10.A
11.A	12.A	13.D	14.B	15.B	16.A	17.D	18.C	19.B	20.B
21.B	22.D	23.D	24.B	25.B	26.C	27.B	28.B	29.A	30.A
31.A	32.B	33.B	34.C	35.B	36.C	37.C	38.D	39.D	40.B
41.B	42.A	43.D	44.B	45.B	46.B	47.C	48.A	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Điểm M trong hình vẽ bên dưới biểu thị cho số phức



- A. $3+2i$ B. $2-3i$ C. $-2+3i$ D. $3-2i$.

Lời giải

Điểm $M(-2;3)$ biểu thị cho số phức $z=-2+3i$.

Câu 2: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_9 x$ là

- A. $y'=\frac{1}{\ln 9}$ B. $y'=\frac{9}{x}$ C. $y'=\frac{1}{2x\ln 3}$ D. $y'=\frac{\ln 9}{x}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y'=(\log_9 x)'=\frac{1}{x\ln 9}=\frac{1}{2x\ln 3}$$

Câu 3: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{3}{7}}$ là

- A. $y' = \frac{3}{7}x^{\frac{4}{7}}$. B. $y' = \frac{7}{3}x^{\frac{-4}{7}}$. C. $y' = \frac{3}{7}x^{\frac{-4}{7}}$. D. $y' = \frac{3}{7x^{\frac{4}{7}}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = \left(x^{\frac{3}{7}}\right)' = \frac{3}{7}x^{\frac{3}{7}-1} = \frac{3}{7}x^{\frac{-4}{7}}$.

Câu 4: Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} < 4$ có bao nhiêu nghiệm nguyên âm?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} < 4 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow x > -4$

Bất phương trình có 3 nghiệm nguyên âm.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 3, u_3 = 6$. Số hạng đầu u_1 là

- A. 2. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. 0.

Lời giải

Ta có công bội $q = \frac{u_3}{u_2} = \frac{6}{3} = 2$. Suy ra $u_1 = \frac{u_2}{q} = \frac{3}{2}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng P có phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{1} = 1$.

Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của P

- A. $\vec{n} = 2; -3; 1$. B. $\vec{n} = 1; -3; 2$. C. $\vec{n} = 3; -2; 6$. D. $\vec{n} = -3; 2; 6$.

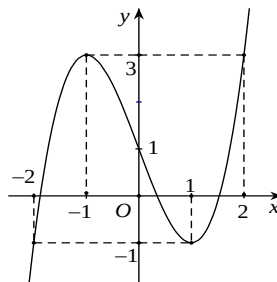
Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow 3x - 2y + 6z = 6 \Leftrightarrow 3x - 2y + 6z - 6 = 0$.

Vậy véc-tơ pháp tuyến của P là $\vec{n} = 3; -2; 6$

Câu 7: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt. Nên ta có 3 giao điểm.

Câu 8: Cho $\int_0^4 f(x)dx = 4$ và $\int_1^2 f(x)dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx$

A. $I = 1$.

B. $I = 2$.

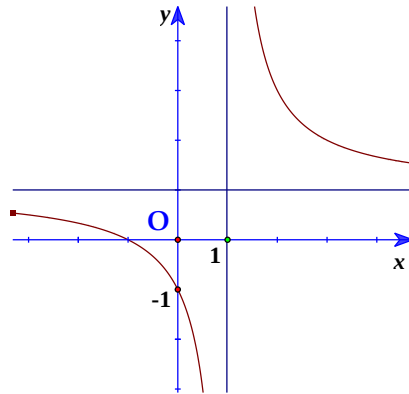
C. $I = 3$.

D. $I = 4$.

Lời giải

$$I = \int_0^1 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx = \int_0^4 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx = 4 - 3 = 1$$

Câu 9: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{-x}{1-x}$.

B. $y = \frac{2x+1}{2x-2}$.

C. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ nên loại đáp án. **D.**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; -1)$ nên loại đáp án A., **B.**

Vậy đường cong trong hình đã cho là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(6; 2; -5)$, $N(-4; 0; 7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính MN ?

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$.

B. $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+6)^2 = 62$.

C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$.

D. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 62$.

Lời giải

Tâm của mặt cầu là trung điểm I của MN , ta có.

Bán kính mặt cầu: $r = IM = \sqrt{62}$.

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vector pháp tuyến là $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$. Biết cosin góc giữa hai vector $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$ bằng $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng.

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

D. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\cos((P);(Q)) = \left| \cos(\overrightarrow{n_P}; \overrightarrow{n_Q}) \right| = \left| -\frac{\sqrt{3}}{3} \right| = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

- Câu 12:** Cho số phức $z = 2 + 3i$, tổng phần thực và phần ảo của số phức z^2 bằng
A. 7. **B.** 12. **C.** -5. **D.** 6.

Lời giải**Chọn A**

Ta có $z^2 = (2 + 3i)^2 = -5 + 12i$ nên tổng phần thực và phần ảo bằng $-5 + 12 = 7$.

- Câu 13:** Cho lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng $3a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
A. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{2}$. **B.** $\frac{9\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\frac{27\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\frac{27\sqrt{3}a^3}{4}$.

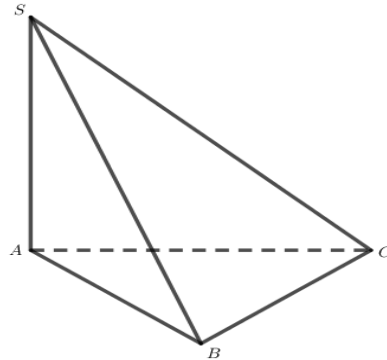
Lời giải

Diện tích đáy của hình lăng trụ là: $B = (3a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của hình lăng trụ là: $h = 3a$.

Thể tích khối lăng trụ là: $V = B.h = \frac{9a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 3a = \frac{27a^3\sqrt{3}}{4}$.

- Câu 14:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng
A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Lời giải

Diện tích của tam giác ABC đều cạnh a là: $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có, $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

- Câu 15:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 3 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) . Tính bán kính r của (C) .

- A.** $r = \sqrt{2}$. **B.** $r = 2\sqrt{2}$. **C.** $r = 2$. **D.** $r = \sqrt{5}$.

Lời giải

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	+		- 0 +	
y	$-\infty$	5	-2	$+\infty$

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là.

- A. (2; -2). B. (1; 5). C. (-2; 2). D. Không có điểm cực đại.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số có điểm cực đại (1; 5).

Câu 20: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có:

- A. Tiệm cận đứng là $x = -1$; tiệm cận ngang là $y = -2$.
 B. Tiệm cận đứng là $x = 1$; tiệm cận ngang là $y = 2$.
 C. Tiệm cận đứng là $x = 1$; tiệm cận ngang là $y = -2$.
 D. Tiệm cận đứng là $x = -1$; tiệm cận ngang là $y = 2$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ nên có tiệm cận đứng là $x = 1$;

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$ nên có tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x) < \log(x+6)$ là:

- A. $(6; +\infty)$. B. $(0; 6)$. C. $[0; 6)$. D. $(-\infty; 6)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow 2x < x+6 \Leftrightarrow x < 6$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(0; 6)$

Câu 22: Một giá sách có 4 quyển sách Toán và 5 quyển sách Văn. Số cách chọn ra 3 quyển sách từ giá sách là

- A. $3!$. B. C_4^3 . C. C_5^3 . D. C_9^3 .

Lời giải

Tổng số sách trên giá sách là 9 quyển.

Số cách chọn ra 3 quyển sách từ 9 quyển sách trên giá sách là số tổ hợp chập 3 của 9 phần tử nên có C_9^3 cách.

Câu 23: Nếu $\int f(x)dx = e^x + \sin x + C$ thì $f(x)$ bằng.

- A. $e^x - \cos x$. B. $e^x + \sin x$. C. $e^x - \sin x$. D. $e^x + \cos x$.

Lời giải

Ta có: $f(x) = (e^x + \sin x + C)' = e^x + \cos x$.

Câu 24: Biết $F(x) = x^4$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_{-1}^2 (6x + f(x))dx$ bằng

A. $\frac{78}{5}$.

B. 24.

C. $\frac{123}{5}$.

D. 33.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_{-1}^2 (6x + f(x)) dx = (3x^2 + x^4) \Big|_{-1}^2 = 12 + 16 - 3 - 1 = 24.$$

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x} - 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = -\ln|x| + 2x + C$.

B. $\int f(x) dx = \ln|x| - 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{x^2} - 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = \ln|x| + 2x + C$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int \left(\frac{1}{x} - 2 \right) dx = \ln|x| - 2x + C.$$

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		1	3	1		$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(1; 3)$.

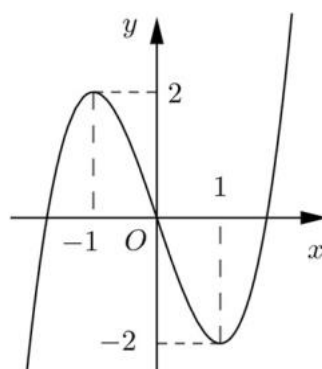
C. $(-2; 0)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào BBT ta có hàm số đồng biến trên $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1.

B. -2.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Từ đồ thị có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -2.

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 \left(\frac{25}{a^3} \right)$ bằng

A. $\frac{2}{3\log_5 a}$.

B. $2 - 3\log_5 a$.

C. $25 - 3\log_5 a$.

D. $2 + 3\log_5 a$.

Lời giải

Áp dụng công thức ta có: $\log_5 \left(\frac{25}{a^3} \right) = \log_5 25 - \log_5 a^3 = 2 - 3\log_5 a$.

Câu 29: Tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \sqrt{x - x^2}$ và trục Ox quanh trục Ox .

A. $V = \frac{\pi}{6}$.

B. $V = \frac{\pi}{2}$.

C. $V = \frac{\pi}{4}$.

D. $V = \frac{\pi}{3}$.

Lời giải:

Điều kiện xác định: $x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\sqrt{x - x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Thể tích: $V = \pi \int_0^1 y^2 dx = \pi \int_0^1 (\sqrt{x - x^2})^2 dx = \pi \int_0^1 (x - x^2) dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{\pi}{6}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh bằng a và $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SDC) .

A. 30° .

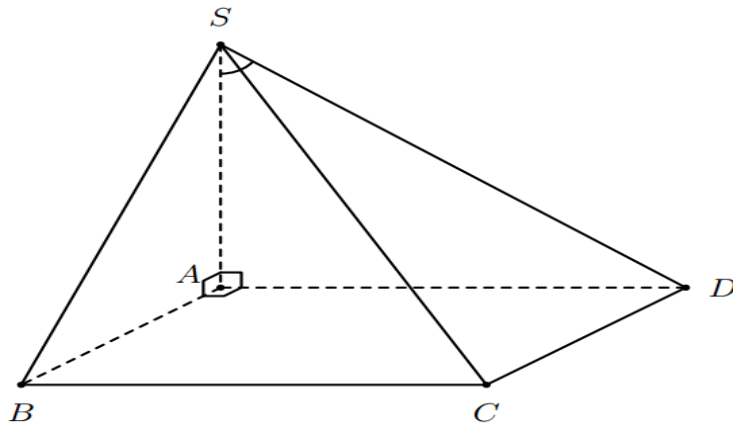
B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$$\begin{cases} (SAB) \perp (SAD) \quad (AB \subset (SAB), AB \perp SA, AB \perp AD) \\ (SDC) \perp (SAD) \quad (DC \subset (SDC), DC \perp SA, DC \perp AD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \\ (SDC) \cap (SAD) = SD \end{cases}$$

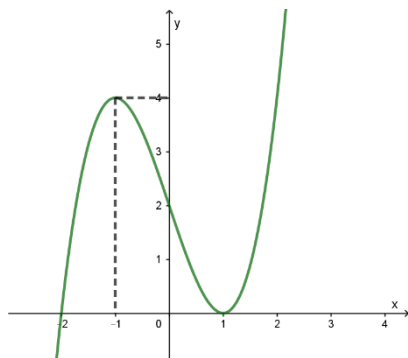
$$\Rightarrow ((SAB), (SDC)) = ASD$$

Trong $\triangle SAD$ vuông tại A có:

$$\tan ASD = \frac{AD}{AS} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow ASD = 30^\circ.$$

$$\text{Vậy } ((SAB), (SDC)) = 30^\circ.$$

Câu 31: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x + 2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.



A. $0 < m < 4$.

B. $m > 4$.

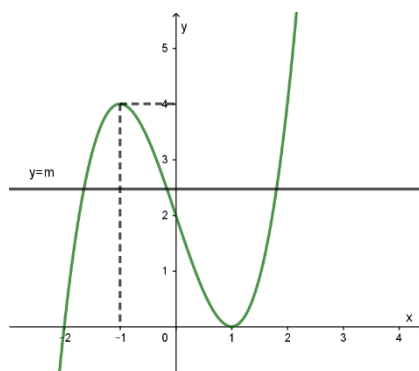
C. $0 \leq m \leq 4$.

D. $m < 0$.

Lời giải

Phương trình $x^3 - 3x + 2 - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = m$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ và đường thẳng $y = m$



Từ đồ thị suy ra, phương trình có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)(4-x)^2$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; 2)$.

B. $(3; 5)$.

C. $(1; 4)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2)(4-x)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1); (2; +\infty)$.

Câu 33: Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là:

A. $\frac{60}{143}$.

B. $\frac{238}{429}$.

C. $\frac{210}{429}$.

D. $\frac{82}{143}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ”

-Không gian mẫu: $|\Omega| = C_{15}^5$.

-Số cách chọn 5 bạn trong đó có 4 nam, 1 nữ là: $C_8^4 \cdot C_7^1$.

- Số cách chọn 5 bạn trong đó có 3 nam, 2 nữ là: $C_8^3.C_7^2$.

$$\Rightarrow n(A) = C_8^4.C_7^1 + C_8^3.C_7^2 = 1666$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{1666}{C_{15}^5} = \frac{238}{429}.$$

Câu 34: Cho phương trình $\log_2 x^2 + \log_2 (4x) - 5 = 0$. Đặt $t = \log_2 x$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

- A. $2t^2 + t - 3 = 0$. B. $4t^2 + t - 5 = 0$. **C. $4t^2 + t - 3 = 0$.** D. $2t^2 + t - 5 = 0$

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Ta có: } \log_2 x^2 + \log_2 (4x) - 5 = 0 \Leftrightarrow (2\log_2 x)^2 + (\log_2 4 + \log_2 x) - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4\log_2^2 x + \log_2 4 + \log_2 x - 5 = 0 \Leftrightarrow 4\log_2^2 x + \log_2 x - 3 = 0.$$

Đặt $t = \log_2 x$, phương trình đã cho trở thành $4t^2 + t - 3 = 0$.

Câu 35: Xét các số phức z thỏa mãn $(z - 4i)(\bar{z} + 2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm của đường tròn đó.

- A. $(-1; -2)$. **B. $(-1; 2)$.** C. $(1; 2)$. D. $(1; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

$$\text{Ta có } (z - 4i)(\bar{z} + 2) = x^2 + y^2 + 2x - 4y + (2y - 4x - 8)i.$$

$$(z - 4i)(\bar{z} + 2) \text{ là số thuần ảo} \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 5.$$

Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là một đường tròn có tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1): x - y - z + 1 = 0$ và $(P_2): z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 0; -3)$ và song song với hai mặt phẳng trên.

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{0}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z}{3}$. **C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{0}$.** D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z}{3}$.

Lời giải

Véc tơ pháp tuyến $(P_1): \vec{n}_1 = (1; -1; -1)$; véc tơ pháp tuyến $(P_2): \vec{n}_2 = (0; 0; 1)$.

Véc tơ chỉ phương đường thẳng $d: \vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-1; -1; 0)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1; 0; -3)$, véc tơ chỉ phương $(1; 1; 0)$ có phương trình:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{0}.$$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1; 4; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$. Hình chiếu vuông góc của điểm H trên đường thẳng Δ có tọa độ là

- A. $(2; 1; 0)$. **B. $(\frac{13}{9}; \frac{19}{9}; -\frac{10}{9})$.** **C. $(\frac{23}{9}; -\frac{1}{9}; \frac{10}{9})$.** D. $(\frac{19}{9}; \frac{7}{9}; \frac{2}{9})$.

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua H và vuông góc với Δ tại điểm A . Khi đó A là hình chiếu của H trên (P) .

Ta có (P) đi qua H và nhận $\vec{u} = (1; -2; 2)$ làm VTPT

$\Rightarrow$ Phương trình của mặt phẳng $(P): 1(x-1) - 2(y-4) + 2(z-6) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z - 5 = 0$.

Lại có $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases}$

Khi đó tọa độ điểm A thỏa mãn hệ $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \\ x - 2y + 2z - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{23}{9} \\ y = -\frac{1}{9} \\ z = \frac{10}{9} \end{cases}$

$\Rightarrow A\left(\frac{23}{9}; -\frac{1}{9}; \frac{10}{9}\right)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AD = 2a, SA = a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng:

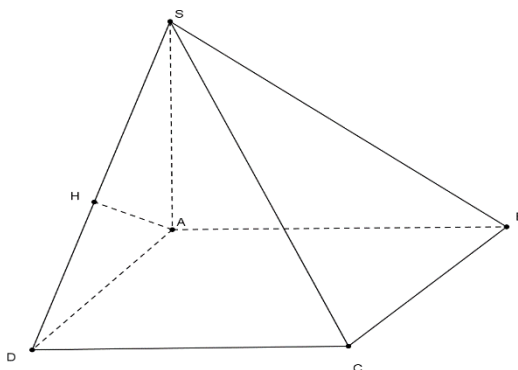
A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$.

B. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của A lên cạnh SD . Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$

Suy ra: $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng AH .

Ta có: $AH = \frac{AS \cdot AD}{\sqrt{AS^2 + AD^2}} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + (2a)^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y)$?

A. 115.

B. 58.

C. 59.

D. 116.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x+y > 0 \\ x^2+y > 0 \\ x, y \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \log_4(x^2+y) \geq \log_3(x+y) \Leftrightarrow x^2+y \geq 4^{\log_3(x+y)} \Leftrightarrow x^2+y \geq (x+y)^{\log_3 4}$$

$$\Leftrightarrow x^2-y \geq (x+y)^{\log_3 4} - (x+y). \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = x+y \Rightarrow t \geq 1 \text{ thì } (1) \text{ được viết lại là } x^2-y \geq t^{\log_3 4} - t \quad (2)$$

Với mỗi x nguyên cho trước có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn bất phương trình (1)

Tương đương với bất phương trình (2) có không quá 728 nghiệm t .

Nhận thấy $f(t) = t^{\log_3 4} - t$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ nên nếu $x^2 - y \geq 729^{\log_3 4} - 729 = 3367$ thì sẽ có ít nhất 729 nghiệm nguyên $t \geq 1$.

$$\text{Do đó yêu cầu bài toán tương đương với } x^2 - x \leq 3367 \Leftrightarrow -57 \leq x \leq 58.$$

Mà x nguyên nên x nhận các giá trị $-57, -56, \dots, 57, 58$.

Vậy có tất cả 116 số nguyên x thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(x) = 4f(-2x+3)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của

$f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(2) - F(4) = 24$. Khi đó $\int_{-1}^5 f(x) dx$ bằng

A. 10.

B. 12.

C. -10.

D. -12.

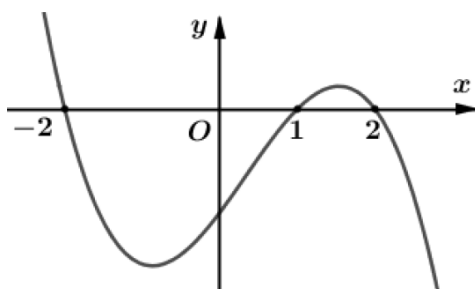
Lời giải

$$\text{Ta có: } f(x) = 4f(-2x+3) \Rightarrow \int f(x) dx = 4 \int f(-2x+3) dx \Rightarrow F(x) = -2F(-2x+3) + C$$

$$\text{Từ đó có: } \begin{cases} F(2) = -2F(1) + C \\ F(4) = -2F(5) + C \end{cases} \Rightarrow F(2) - F(4) = 2(F(5) - F(1)) \Rightarrow F(5) - F(1) = 12$$

$$\text{Vậy } \int_1^5 f(x) dx = F(x) \Big|_1^5 = F(5) - F(1) = 12.$$

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Đặt $g(x) = f(|x| + m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. Vô số.

Lời giải

$$\text{Từ đồ thị } f'(x) \text{ ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Suy ra bảng biến thiên của $f(x)$

x	$-\infty$	-2		1		2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$							

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ hàm số $f(x+m)$ có 2 điểm cực trị dương.

Từ bảng biến thiên của $f(x)$, suy ra $f(x+m)$ luôn có 2 điểm cực trị dương $\Leftrightarrow$ tịnh tiến đồ thị $f(x)$ phải thỏa mãn:

Hoặc tịnh tiến sang trái nhỏ hơn 1 đơn vị $\Rightarrow 0 \leq m < 1$.

Hoặc tịnh tiến sang phải không vượt quá 2 đơn vị $\Rightarrow m \geq -2$.

Suy ra $-2 \leq m < 1$, mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 42: Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z|=|w|=1$, $|z+w|=\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|zw+2i(z+w)-4|$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{1+5\sqrt{2}}{4}$.

C. $5-2\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Ta có $|z+w|=\sqrt{2} \Rightarrow 2=|z+w|^2=(z+w)(\bar{z}+\bar{w})=|z|^2+|w|^2+z\bar{w}+\bar{z}w$

$\Rightarrow z\bar{w}+\bar{z}w=0 \Rightarrow z\bar{w}$ là số thuần ảo. Hay $z\bar{w}=ki$, $k \in \mathbb{R}$. Do đó, $z=\frac{ki}{w}$.

Mặt khác, $|z+w|=\sqrt{2} \Rightarrow \left|\frac{ki}{w}+w\right|=\sqrt{2} \Rightarrow |ki+w\bar{w}|=\sqrt{2}|\bar{w}| \Rightarrow |ki+1|=\sqrt{2}$

$\Rightarrow \sqrt{k^2+1}=\sqrt{2} \Rightarrow k=\pm 1$.

Vậy $z=\pm \frac{i}{w}$. Do vai trò bình đẳng của z và w nên ta chỉ cần xét trường hợp $z=\frac{i}{w}$.

Khi đó

$P=|iw^2+(2i-2)w-4|=|w^2+(2+2i)w+4i|=(w+1+i)^2+2i|$.

Đặt $u=w+1+i \Rightarrow w=u-1-i \Rightarrow |w|=|u-1-i|=1$ và $z_0=-1-i$.

Ta có $P^2=|u^2+2i|^2=|u^2+z_0^2|^2=(u^2+z_0^2)(\bar{u}^2+\bar{z}_0^2)$

$=|u|^4+|z_0|^4+(u \cdot \bar{z}_0+z_0 \cdot \bar{u})^2-2|u \cdot z_0|^2$

$=|u|^4-4|u|^2+4+(u \cdot \bar{z}_0+z_0 \cdot \bar{u})^2$.

Mà $(u+z_0)(\bar{u}+\bar{z}_0)=|u+z_0|^2=1 \Rightarrow u \cdot \bar{z}_0+z_0 \cdot \bar{u}=1-|u|^2-|z_0|^2=-|u|^2-1$.

Suy ra

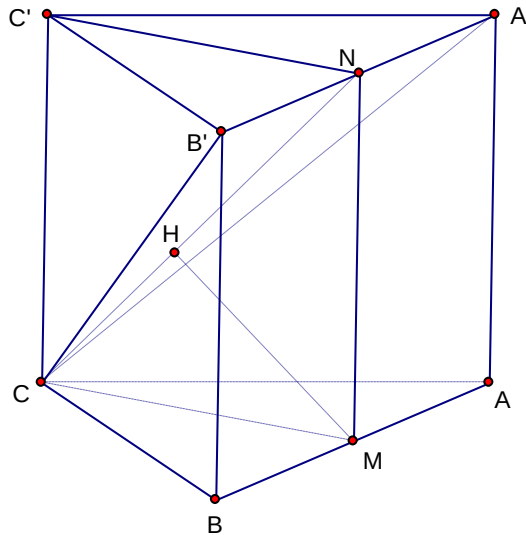
$P^2=|u|^4-4|u|^2+4+(|u|^2+1)^2=2|u|^4-2|u|^2+5=2\left(|u|^2-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{2} \geq \frac{9}{2}$

$\Rightarrow P \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại C , cạnh đáy AB bằng $2a$ và $\angle ACB$ bằng 30° . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CB' bằng $\frac{a}{2}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $\sqrt{3}a^3$. **D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.**

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và $A'B'$. Kẻ $MH \perp CN$ ($H \in CN$).

Tam giác CAB cân tại C suy ra $AB \perp CM$.

Mặt khác $AB \perp CC' \Rightarrow AB \perp (CMNC') \Rightarrow A'B' \perp (CMNC') \Rightarrow A'B' \perp MH$

Như vậy $\begin{cases} MH \perp CN \\ MH \perp A'B' \end{cases} \Rightarrow MH \perp (CA'B')$.

Ta có: $AB \parallel (CA'B') \Rightarrow d(AB, CB') = d(AB, (CA'B')) = d(M, (CA'B')) = MH$.

Tam giác BMC vuông tại M , suy ra $CM = BM \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$

Tam giác CMN vuông tại M , có MH là đường cao

$$\Rightarrow \frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MC^2} + \frac{1}{MN^2} \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} = \frac{3}{a^2} + \frac{1}{MN^2} \Leftrightarrow MN = a$$

$$\text{Từ đó } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}.$$

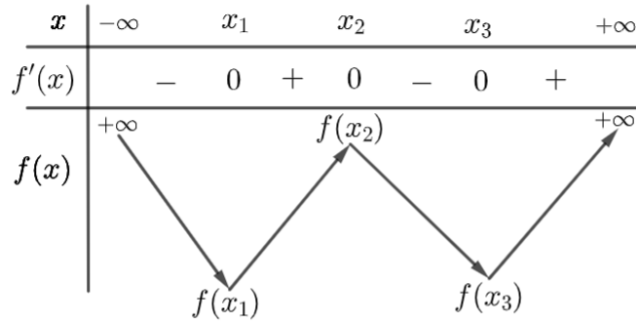
Câu 44: Cho hàm số $f(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($b, c, d, e \in \mathbb{R}$) có các giá trị cực trị là 1, 4 và 9. Diện

tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ và trục hoành bằng

- A. 4. **B. 6.** C. 2. D. 8.

Lời giải

+) Gọi $x_1 < x_2 < x_3$ là ba điểm cực trị của hàm số $f(x)$. Ta có bảng biến thiên:



+) Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $g(x)$ và trục hoành là:

$$g(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_i \ (i=1,2,3) \\ f(x_i) > 0 \text{ (TM)} \end{cases}$$

+) Diện tích cần tìm là

$$S = \int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx - \int_{x_2}^{x_3} \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx = 2\sqrt{f(x)} \Big|_{x_1}^{x_2} - 2\sqrt{f(x)} \Big|_{x_2}^{x_3} = 4\sqrt{f(x_2)} - 2\sqrt{f(x_1)} - 2\sqrt{f(x_3)} = 6.$$

Câu 45: Tổng các giá trị nguyên của tham số a để phương trình $z^2 - 2(a+2)z + a^2 + 3a = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

A. 4.

B. -3.

C. 3.

D. -4.

Lời giải

Theo định lý Viet ta có:
$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 2(a+2) \\ z_1 \cdot z_2 = a^2 + 3a \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác: } |z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow |(z_1 + z_2)^2| = |(z_1 - z_2)^2|$$

$$\Leftrightarrow |(z_1 + z_2)^2| = |(z_1 + z_2)^2 - 4z_1 z_2| \Leftrightarrow |4(a+2)^2| = |4(a+2)^2 - 4(a^2 + 3a)|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a+2)^2 = (a+2)^2 - (a^2 + 3a) \\ (a+2)^2 = -(a+2)^2 + (a^2 + 3a) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 3a = 0 \\ a^2 + 5a + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -3 \end{cases}.$$

Vậy tổng các giá trị nguyên của a bằng -3.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 4 = 0$ và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-5}. \text{ Viết phương trình mặt phẳng } (\alpha) \text{ vuông góc với } d \text{ và cắt mặt cầu } (S)$$

theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3.

A. $(\alpha): x - 2y - 5z + 11 = 0$.

B. $(\alpha): x - 2y - 5z - 11 = 0$.

C. $(\alpha): x - z + 3 = 0$.

D. $(\alpha): x - 2y - 5z + 5 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng d có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; -5)$.

Vì (α) vuông góc với d nên (α) nhận $\vec{u} = (1; -2; -5)$ làm vector pháp tuyến.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$ và bán kính $R = 3$.

Do mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng $r = 3 = R$ nên (α) đi qua điểm I .

Suy ra phương trình mặt phẳng (α): $1(x-1)-2(y-0)-5(z+2)=0 \Leftrightarrow x-2y-5z-11=0$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên không âm $(x; y)$ thoả mãn điều kiện

$$\log_2 \frac{x^2+y^2+6}{4x+6y+9} + 1 \geq \log_2 \frac{x^2+y^2+5}{2x+3y+4}?$$

A. 43.

B. 49.

C. 42.

D. 45.

Lời giải

Chọn C

Với $x, y \geq 0$. Ta có $\log_2 \frac{x^2+y^2+6}{4x+6y+9} + 1 \geq \log_2 \frac{x^2+y^2+5}{2x+3y+4}$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{x^2+y^2+6}{4x+6y+9} \geq \log_2 \frac{x^2+y^2+5}{2x+3y+4} - 1 \Leftrightarrow \log_2 \frac{x^2+y^2+6}{4x+6y+9} \geq \log_2 \frac{x^2+y^2+5}{4x+6y+8}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2+y^2+6}{4x+6y+9} \geq \frac{x^2+y^2+5}{4x+6y+8}.$$

Đặt $a = x^2 + y^2 + 5; b = 4x + 6y + 8 (a, b > 0)$.

Suy ra $\frac{a+1}{b+1} \geq \frac{a}{b} \Leftrightarrow (a+1).b \geq a(b+1) \Leftrightarrow b \geq a$.

Do đó $4x + 6y + 8 \geq x^2 + y^2 + 5 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 \leq 16$.

Suy ra $-4 \leq x-2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 6$; mà $x \geq 0$ và $x \in \mathbb{Z}$ nên ta có các trường hợp sau

Trường hợp 1: $x=0 \Rightarrow (y-3)^2 \leq 12 \Leftrightarrow 3-2\sqrt{2} \leq y \leq 3+2\sqrt{3}$.

Do $y \geq 0$ và $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Suy ra có 7 cặp $(x; y)$ thoả mãn.

Trường hợp 2: $x=1 \Rightarrow (y-3)^2 \leq 15 \Leftrightarrow 3-\sqrt{15} \leq y \leq 3+\sqrt{15}$.

Do $y \geq 0$ và $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Suy ra có 7 cặp $(x; y)$ thoả mãn.

Trường hợp 3: $x=2 \Rightarrow (y-3)^2 \leq 16 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 7$.

Do $y \geq 0$ và $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

Suy ra có 8 cặp $(x; y)$ thoả mãn.

Trường hợp 4: $x=3 \Rightarrow (y-3)^2 \leq 15 \Leftrightarrow 3-\sqrt{15} \leq y \leq 3+\sqrt{15}$.

Do $y \geq 0$ và $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Suy ra có 7 cặp $(x; y)$ thoả mãn.

Trường hợp 5: $x=4 \Rightarrow (y-3)^2 \leq 15 \Leftrightarrow 3-2\sqrt{3} \leq y \leq 3+2\sqrt{3}$.

Do $y \geq 0$ và $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Suy ra có 7 cặp $(x; y)$ thoả mãn.

Trường hợp 6: $x=5 \Rightarrow (y-3)^2 \leq 7 \Leftrightarrow 3-\sqrt{7} \leq y \leq 3+\sqrt{7}$.

Do $y \geq 0$ và $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Suy ra có 5 cặp $(x; y)$ thoả mãn.

Trường hợp 7: $x = 6 \Rightarrow (y-3)^2 \leq 0 \Rightarrow y = 3$.

Suy ra có 1 cặp $(x; y)$ thỏa mãn.

Vậy có tất cả 42 cặp số nguyên không âm $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 48: Cho hình trụ (H) có hai đáy là hai đường tròn có tâm O và O' , mặt phẳng (α) đi qua O' và cắt đường tròn tâm O tại hai điểm A, B sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và có diện tích $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Biết góc giữa $mp(\alpha)$ và $mp(OAB)$ bằng 60° , tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng $(O'AB)$?

A. $\frac{3a}{8}$

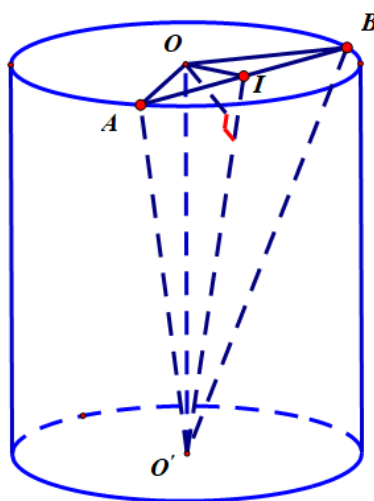
B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{3a}{4}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{8}$

Lời giải

Chọn A



$\Delta O'AB$ là tam giác đều và có diện tích $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow AO' = AB = BO' = a$.

Gọi I là trung điểm AB , $IO' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Ta có: $\begin{cases} IO' \perp AB \\ IO \perp AB \end{cases} \Rightarrow ((\alpha), (OAB)) = OIO' = 60^\circ$.

$$OO' = IO' \cdot \sin 60^\circ = \frac{3a}{4}; \quad IA = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}; \quad OI = IO' \cdot \cos 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4};$$

Gọi d là khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng $(O'AB)$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{d^2} = \frac{1}{OO'^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{16}{9a^2} + \frac{16}{3a^2} = \frac{64}{9a^2} \Rightarrow d = \frac{3a}{8}.$$

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -2; 0)$ và $B(3; 4; 5)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6z + 7 = 0$. Xét hai điểm M, N là hai điểm bất kì thuộc (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng

A. $72 - 2\sqrt{34}$

B. $\sqrt{72 - 2\sqrt{34}}$

C. $72 + 2\sqrt{34}$

D. $\sqrt{72 + 2\sqrt{34}}$

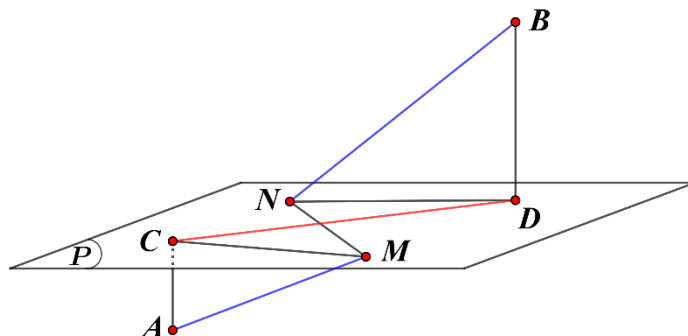
Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) là giao tuyến của hai mặt cầu (S_1) và (S_2) nên ta có hệ:

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6z + 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2y = 0 \Rightarrow (P) \equiv (Ozx).$$

Gọi $C(0;0;0)$ và $D(3;0;5)$ lần lượt là hình chiếu của A và B lên (Ozx) . Khi đó $AC = 2$, $BD = 4$, $CD = \sqrt{34}$.



Ta có: $AM + BN = \sqrt{AC^2 + CM^2} + \sqrt{BD^2 + DN^2} \geq \sqrt{(AC + BD)^2 + (CM + DN)^2}$

Mặt khác: $CM + DN + MN \geq CD \Rightarrow CM + DN \geq \sqrt{34} - 1$.

Suy ra $AM + BN \geq \sqrt{36 + (CM + DN)^2} \geq \sqrt{36 + (\sqrt{34} - 1)^2}$

Vậy $AM + BN$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{72 - 2\sqrt{34}}$, dấu "=" xảy ra khi C, M, N, D thẳng hàng.

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |mx^3 - mx^2 + 16x - 32|$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $-1 \leq m \leq 2$.

B. $-2 \leq m \leq 0$.

C. $m \in \emptyset$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Đặt $f(x) = mx^3 - mx^2 + 16x - 32$

$$y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{với } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{với } f(x) < 0 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} f'(x) & \text{với } f(x) > 0 \\ -f'(x) & \text{với } f(x) < 0 \end{cases}$$

Trường hợp 1. $\begin{cases} f'(x) \leq 0 & \forall x \in (1;2) \\ f(2) \geq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3mx^2 - 2mx + 16 \leq 0 & \forall x \in (1;2) \\ 8m - 4m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(3x^2 - 2x) \leq -16 & \forall x \in (1;2) \\ m \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{-16}{3x^2 - 2x} \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -16 \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Trường hợp 2. $\begin{cases} f'(x) \geq 0 & \forall x \in (1;2) \\ f(2) \leq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3mx^2 - 2mx + 16 \geq 0 & \forall x \in (1;2) \\ 8m - 4m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{-16}{3x^2 - 2x} & \forall x \in (1;2) \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq m \leq 0.$$

Vậy với $-2 \leq m \leq 0$ hàm số $y = |mx^3 - mx^2 + 16x - 32|$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

----- **HẾT** -----