



- Câu 1:** Điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = 7 + 5i$ là:
A. $(5; 7)$. B. $(5; -7)$. C. $(7; 5)$. D. $(7; -5)$.
- Câu 2:** Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x + 1)$?
A. $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 2}$. B. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$. C. $y' = \frac{2}{2x+1}$. D. $y' = \frac{1}{2x+1}$.
- Câu 3:** Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 4)^{-2023}$ là
A. $\mathbb{R}$. B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.
- Câu 4:** Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \leq 9$ là
A. $[2; +\infty)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 2]$.
- Câu 5:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và $u_4 = 9$. Giá trị của u_{10} bằng
A. 18. B. 19. C. 20. D. 21.
- Câu 6:** Trong không gian Oxyz mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1$, có một véc-tơ pháp tuyến là?
A. $\vec{n}_3 = (2; 2; -1)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 1; -2)$. C. $\vec{n}_1 = (2; -2; -1)$. D. $\vec{n}_2 = (-2; -2; 1)$.
- Câu 7:** Giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 5x - 2$ với trục tung có tọa độ là
A. $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$. B. $\left(0; \frac{2}{3}\right)$. C. $(1; 0)$. D. $(0; -2)$.
- Câu 8:** Cho hàm số $f(x) = \sin \frac{x}{2}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
A. $\int f(x) dx = 2 \cos \frac{x}{2} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \cos x + C$.
C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + C$. D. $\int f(x) dx = -2 \cos \frac{x}{2} + C$.
- Câu 9:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số là:

- A. $x = 2$. B. $y = 2$. C. $y = 0$. D. $x = 0$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. Xác định tọa độ tâm I .

- A. $I(2;1;3)$. B. $I(2;-1;3)$. C. $I(-2;1;-3)$. D. $I(-2;-1;-3)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(0;2;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;0;\sqrt{2})$ và $D(0;-2;0)$. Số đo góc của hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) là:

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 12: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 4i$, $z_2 = -3 + 5i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là

- A. $-5 + 9i$. B. $5 + 9i$. C. $5 - 9i$. D. $-5 - 9i$.

Câu 13: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $V = 2\sqrt{3}a^3$. C. $4a^3$. D. $V = \frac{4a^3}{3}$.

Câu 14: Biết khối chóp $S.ABCD$ có diện tích đáy bằng $12cm^2$, chiều cao bằng $4cm$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 24cm^3$. B. $V = 48cm^3$. C. $V = 12cm^3$. D. $V = 16cm^3$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu lần lượt có phương trình $(S): (x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9$ và $(S'): (x+2)^2 + y^2 + z^2 = 4$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hai mặt cầu tiếp xúc ngoài. B. Hai mặt cầu tiếp xúc trong.
C. Hai mặt cầu không có điểm chung. D. Hai mặt cầu có nhiều hơn một điểm chung.

Câu 16: Cho số phức z thỏa mãn $|z + 6 - 2i| = 4$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.

- A. $I(-6;2)$, $R=16$. B. $I(6;-2)$, $R=4$. C. $I(6;-2)$, $R=16$. D. $I(-6;2)$, $R=4$.

Câu 17: Khối nón có bán kính đáy $r = 3$, chiều cao $h = 2$ có thể tích bằng:

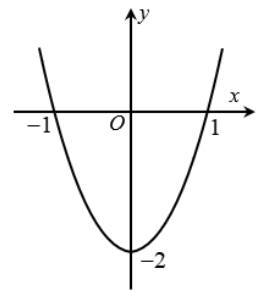
- A. 2π . B. 3π . C. 18π . D. 6π .

Câu 18: Cho điểm $A(1;-2;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d .

- A. $x + y + z - 2 = 0$. B. $x + 2y - z + 1 = 0$. C. $-x - 2y - z - 3 = 0$. D. $x + 2y - z + 3 = 0$.

Câu 19: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = x^3 - 3x - 2$. B. $y = x^4 + x^2 - 2$.
C. $y = -x^4 + x^2 - 2$. D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.



Câu 20: Đồ thị của hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

- A. -1. B. $\frac{1}{2}$. C. 1 D. 0.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + \log_3(x-1) \leq 0$ là

- A. $S = (5; 6]$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = [1; 6]$. D. $S = [6; +\infty)$.

Câu 22: Hoán vị của 5 phần tử bằng

- A. 24. B. 60. C. 12. D. 120.

Câu 23: Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{1-2x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x)dx = -\ln|1-2x| + C$. B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\ln|1-2x| + C$.
C. $\int f(x)dx = -2\ln|1-2x| + C$. D. $\int f(x)dx = -4\ln|1-2x| + C$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[1; 9]$, thỏa mãn $\int_1^9 f(x)dx = 8$ và $\int_4^5 f(x)dx = 6$. Tính giá trị

biểu thức $I = \int_1^4 f(x)dx + \int_5^9 f(x)dx$.

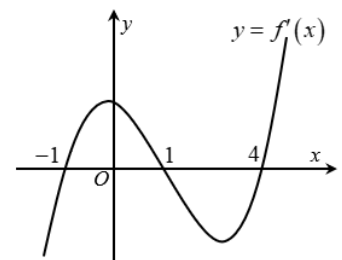
- A. $I = 14$. B. $I = -2$. C. $I = 48$. D. $I = 2$.

Câu 25: Tích phân $\int_2^3 \frac{2}{2x+1} dx$ bằng

- A. $2\ln\frac{5}{7}$. B. $2\ln\frac{7}{5}$. C. $\ln\frac{5}{7}$. D. $\ln\frac{7}{5}$.

Câu 26: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(1; 4)$. B. $(-1; 1)$.
C. $(0; 3)$. D. $(-\infty; 0)$.



Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới

x	-3	-1	0	1	2
y	-2	3	0	2	1

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 2]$

Tính $M + m$.

A. -1.

B. 1.

C. 3.

D. 5.

Câu 28: Cho $a, b > 0$, nếu $\log_9 a + \log_3 b^3 = 5$ và $\log_{81} a^4 + \log_{27} b^6 = 6$ thì giá trị của $a + b$ bằng

A. 86.

B. 84.

C. 80.

D. 82.

Câu 29: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

A. $V = \pi - 1$.

B. $V = \pi + 1$.

C. $V = \pi(\pi + 1)$.

D. $V = \pi(\pi - 1)$.

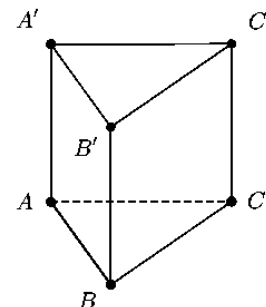
Câu 30: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B có cạnh $AB = \sqrt{2}$, $BC = \sqrt{3}$ và cạnh $AA' = \sqrt{15}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .



Câu 31: Cho hàm $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	5	1	5	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $4f^2(x) - 9 = 0$ là

A. 3

B. 4

C. 6

D. 2

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (2-x)^4(x+2)^3(1-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 1)$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 33: Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ một nhóm gồm 8 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Xác suất để trong 5 học sinh được chọn có cả học sinh nam và học sinh nữ mà số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ là

A. $\frac{70}{143}$.

B. $\frac{60}{143}$.

C. $\frac{238}{429}$.

D. $\frac{82}{143}$.

Câu 34: Cho số thực dương $x \left(x \neq 1, x \neq \frac{1}{2} \right)$ thỏa mãn $\log_x(16x) = \log_{2x}(8x)$. Giá trị $\log_x(16x)$ bằng $\log\left(\frac{m}{n}\right)$ với m, n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Tổng $m + n$ bằng

A. 11.

B. 10.

C. 12.

D. 9.

Câu 35: Cho số phức $z = 2 + 3i$. Môđun của số phức $(1+i)\bar{z}$ bằng

A. $\sqrt{26}$.

B. $\sqrt{37}$.

C. 5.

D. 4.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;2), B(3;0;1)$. Đường thẳng vuông góc với AB tại A đồng thời song song với mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$ có phương trình là:

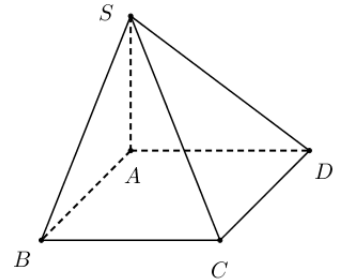
- A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+t \\ z=2+t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=2+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-t \\ z=1+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-1-t \\ z=2+3t \end{cases}$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;2)$. Gọi M, N, K là hình chiếu vuông góc của A lên ba trục tọa độ. Mặt cầu tâm O tiếp xúc với mặt phẳng (MNK) có phương trình là:

- A. $x^2+y^2+z^2=6$. B. $x^2+y^2+z^2=\frac{4}{3}$. C. $x^2+y^2+z^2=\frac{1}{9}$. D. $x^2+y^2+z^2=\frac{4}{9}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=\sqrt{3}$ và $SB=3$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ D đến (SAC) bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{6}$.
C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



Câu 39: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_a(x^2-x-2) > \log_a(-x^2+2x+3)$. Biết $S=(m;n)$ và $\frac{7}{3}$ thuộc S . Tính $m+n$.

- A. $m+n=\frac{13}{3}$. B. $m+n=\frac{7}{2}$. C. $m+n=\frac{11}{3}$. D. $m+n=\frac{9}{2}$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} e^x+m & \text{khi } x \geq 0 \\ 2x\sqrt{3+x^2} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$, m là tham số thực và tích phân

$$\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = a.e + b\sqrt{3} + c \text{ với } a, b, c \in \mathbb{Q}. \text{ Tổng } a+b-3c \text{ bằng:}$$

- A. 20. B. 25 C. -19. D. 30.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)=x^3+mx^2+nx-1$ với m, n là các tham số thực thỏa mãn $m+n>0$ và $7+2(2m+n)<0$. Số điểm cực trị của hàm $y=f(|x|)$ là:

- A. 2. B. 5. C. 9. D. 11.

Câu 42: Cho số phức z có phần thực là số nguyên và z thỏa mãn $|z|-2\bar{z}+7=3i+z$. Tính mô-đun của số phức $\omega=z^2-z-17i$ bằng

- A. $|\omega|=10$. B. $|\omega|=5$. C. $|\omega|=7$. D. $|\omega|=\sqrt{\frac{20}{3}}$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O với $AB=a, BC=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm AO . Biết $((SAC);(SBC))=60^\circ$. Khi đó thể tích của $S.ABCD$ là:

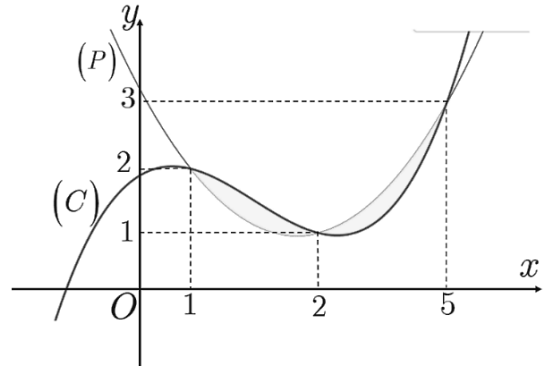
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 44: Cho đồ thị hàm số $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $(P): y = mx^2 + nx + p$ có đồ thị như hình vẽ (Đồ thị (C) là nét có đường cong đậm hơn). Biết phần hình phẳng được giới hạn bởi (C) và (P) (phần tô đậm) có diện tích bằng 2. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay phần hình phẳng quanh trục hoành có giá trị gần với số nào nhất?



A. 12,53.

B. 9,34.

C. 10,23.

D. 11,74.

Câu 45: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 6, |z_2| = 2$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn cho z_1 và iz_2 . Biết $\angle MON = 60^\circ$. Giá trị lớn nhất của $|z_1 + 3iz_2 - \sqrt{3}i|$ bằng

A. $12 + \sqrt{3}$.

B. $4\sqrt{3}$.

C. $T = 12\sqrt{3}$.

D. $7\sqrt{3}$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;3;2)$, mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + z - 10 = 0$ và đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng d cắt (P) và Δ lần lượt tại điểm A và B sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB , d có phương trình là:

A. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$.

B. $\frac{x-8}{7} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$.

D. $\frac{x-6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a ($a > 0$) thỏa mãn $\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2023} \leq \left(2^{2023} + \frac{1}{2^{2023}}\right)^a$.

A. 2020.

B. 2023.

C. 2021.

D. 2022.

Câu 48: Cho trụ có thể tích là V . Hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ nội tiếp hình trụ. Mặt phẳng $(ABB'A')$ chia khối trụ làm hai phần có thể tích lần lượt là V_1 và V_2 biết $(V_1 < V_2)$. Khi đó tỉ số

$\frac{V_1}{V} = \frac{a\pi - b\sqrt{b}}{12\pi}$ với $(a, b \in \mathbb{N})$. Tính tổng $T = a + b$.

A. $T = 16$.

B. $T = 11$.

C. $T = 7$.

D. $T = 14$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-3)$, $B(-3;0;5)$. Một khối nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm A , có các đường sinh và mặt đáy tiếp xúc với mặt cầu đường kính AB . Khi thể tích khối nón đạt giá trị nhỏ nhất, cao độ của điểm S là

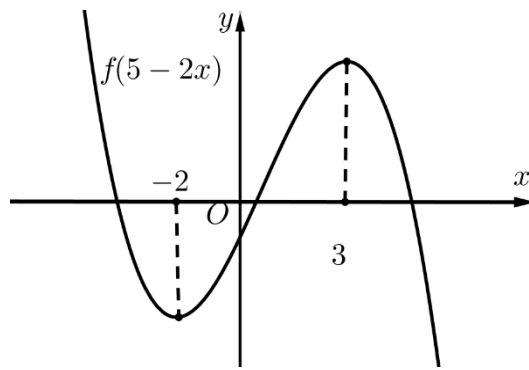
A. -8.

B. -10.

C. -1.

D. 13.

Câu 50: Cho đồ thị hàm số $y = f(5 - 2x)$ như hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-23; 23]$ để hàm số $y = f(|x^3 - 3x + m| + m^2 - 1)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$?

A. 23.

B. 22.

C. 21.

D. 20.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

1.D	2.B	3.D	4.D	5.D	6.B	7.D	8.D	9.C	10.B
11.C	12.C	13.B	14.D	15.A	16.D	17.D	18.D	19.B	20.B
21.D	22.D	23.A	24.D	25.D	26.A	27.B	28.B	29.C	30.B
31.C	32.A	33.C	34.A	35.A	36.B	37.D	38.A	39.D	40.B
41.D	42.B	43.D	44.D	45.D	46.B	47.B	48.C	49.D	50.A

Câu 1: Điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = 7 + 5i$ là:

- A. $(5; 7)$. B. $(5; -7)$. C. $(7; 5)$. D. $(7; -5)$.

Lời giải

Số phức liên hợp của số phức $z = 7 + 5i$ là $\bar{z} = 7 - 5i$.

Điểm biểu diễn của số phức $\bar{z} = 7 - 5i$ là $(7; -5)$.

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x + 1)$?

- A. $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 2}$. B. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$. C. $y' = \frac{2}{2x+1}$. D. $y' = \frac{1}{2x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính đạo hàm: $y' = (\log_2(2x + 1))' = \frac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2} = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 4)^{-2023}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định là $x^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 2 \end{cases}$. Do đó tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \leq 9$ là

- A. $[2; +\infty)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $3^x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq 2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = (-\infty; 2]$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và $u_4 = 9$. Giá trị của u_{10} bằng

- A. 18. B. 19. C. 20. D. 21.

Lời giải

Ta có:

$$u_4 = u_1 + 3d \Rightarrow 9 = 3 + 3d \Leftrightarrow d = 2$$

$$u_{10} = u_1 + 9d = 3 + 9 \cdot 2 = 21$$

Câu 6: Trong không gian Oxyz mặt phẳng (P): $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1$, có một véc-tơ pháp tuyến là?

- A. $\vec{n}_3 = (2; 2; -1)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 1; -2)$. C. $\vec{n}_1 = (2; -2; -1)$. D. $\vec{n}_2 = (-2; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1 \Leftrightarrow x + y - 2z = -2 \Leftrightarrow x + y - 2z + 2 = 0$

Vậy một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_4 = (1; 1; -2)$.

Câu 7: Giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 5x - 2$ với trục tung có tọa độ là

- A. $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$. B. $\left(0; \frac{2}{3}\right)$. C. $(1; 0)$. D. $(0; -2)$.

Lời giải

Chọn D

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là điểm có hoành độ $x = 0 \Rightarrow y = -2$

Vậy tọa độ giao điểm đó là $(0; -2)$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = \sin \frac{x}{2}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = 2 \cos \frac{x}{2} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \cos x + C$.
C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + C$. D. $\int f(x) dx = -2 \cos \frac{x}{2} + C$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + C, (a \neq 0)$

Ta có $\int f(x) dx = \int \sin \frac{x}{2} dx = -2 \cos \frac{x}{2} + C$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số là:

- A. $x = 2$. B. $y = 2$. C. $y = 0$. D. $x = 0$.

Lời giải

Vì y' đổi dấu từ âm sang dương khi hàm số qua $x = 2$ nên $x_{CT} = 2 \Rightarrow y_{CT} = 0$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt cầu (S) có phương trình

$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 9$. Xác định tọa độ tâm I.

- A. $I(2; 1; 3)$. B. $I(2; -1; 3)$. C. $I(-2; 1; -3)$. D. $I(-2; -1; -3)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Phương trình } (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} I(2; -1; 3) \\ R = 3 \end{cases}$$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(0; 2; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 0; \sqrt{2})$ và $D(0; -2; 0)$. Số đo góc của hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) là:

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

Chọn C

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}; -4)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (ACD) là $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}] = (4\sqrt{2}; 0; 0)$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) .

$$\text{Ta có } \cos \varphi = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|(-2\sqrt{2}) \cdot 4\sqrt{2}|}{\sqrt{(-2\sqrt{2})^2 + (-2\sqrt{2})^2 + 4^2} \cdot \sqrt{(4\sqrt{2})^2}} = \frac{1}{2} \rightarrow \varphi = 60^\circ.$$

Câu 12: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 4i$, $z_2 = -3 + 5i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là

- A. $-5 + 9i$. B. $5 + 9i$. C. $5 - 9i$. D. $-5 - 9i$.

Lời giải

Ta có $z_1 - z_2 = (2 - 4i) - (-3 + 5i) = 2 - 4i + 3 - 5i = 5 - 9i$.

Câu 13: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $V = 2\sqrt{3}a^3$. C. $4a^3$. D. $V = \frac{4a^3}{3}$.

Lời giải

Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh $2a$ suy ra ΔABC đều cạnh $2a$, chiều cao của hình lăng trụ là $AA' = 2a$.

$$\text{Ta có: } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \sin 60^\circ \cdot 2a = 2\sqrt{3}a^3.$$

Câu 14: Biết khối chóp $S.ABCD$ có diện tích đáy bằng 12cm^2 , chiều cao bằng 4cm . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 24\text{cm}^3$. B. $V = 48\text{cm}^3$. C. $V = 12\text{cm}^3$. D. $V = 16\text{cm}^3$.

Lời giải

Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} B \cdot h$, trong đó B là diện tích đáy, h độ dài chiều cao.

$$\text{Suy ra } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 4 = 16(\text{cm}^3)$$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu lần lượt có phương trình $(S): (x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9$ và $(S'): (x+2)^2 + y^2 + z^2 = 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hai mặt cầu tiếp xúc ngoài. B. Hai mặt cầu tiếp xúc trong.

C. Hai mặt cầu không có điểm chung.

D. Hai mặt cầu có nhiều hơn một điểm chung.

Lời giải

Chọn A

(S) có tâm $I(3;0;0), R=3$

(S') có tâm $I'(-2;0;0), R'=2$

Do $II'=5=R+R'$ nên hai mặt cầu tiếp xúc ngoài.

Câu 16: Cho số phức z thỏa mãn $|z+6-2i|=4$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.

A. $I(-6;2), R=16$.

B. $I(6;-2), R=4$.

C. $I(6;-2), R=16$.

D. $I(-6;2), R=4$.

Lời giải

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Theo đề bài ta có: $|x + yi + 6 - 2i| = 4 \Leftrightarrow |(x+6) + (y-2)i| = 4$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+6)^2 + (y-2)^2} = 4 \Leftrightarrow (x+6)^2 + (y-2)^2 = 16.$$

Vậy tập điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-6;2)$, bán kính $R=4$.

Câu 17: Khối nón có bán kính đáy $r=3$, chiều cao $h=2$ có thể tích bằng:

A. 2π .

B. 3π .

C. 18π .

D. 6π .

Lời giải

Thể tích của khối nón có bán kính đáy $r=3$, chiều cao $h=2$ là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 9 \cdot 2 = 6\pi.$$

Câu 18: Cho điểm $A(1;-2;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d .

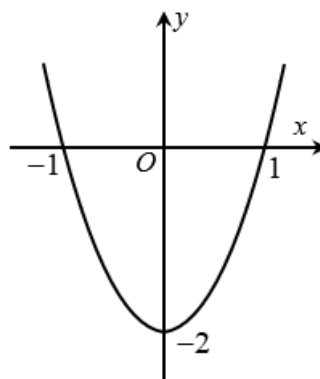
A. $x+y+z-2=0$. B. $x+2y-z+1=0$. C. $-x-2y-z-3=0$. D. $x+2y-z+3=0$.

Lời giải

Do $d \perp (P)$ nên ta chọn $\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = (1;2;-1)$. Khi đó phương trình (P) là:

$$1(x-1) + 2(y+2) - (z-0) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - z + 3 = 0.$$

Câu 19: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x - 2$. B. $y = x^4 + x^2 - 2$. C. $y = -x^4 + x^2 - 2$. D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số là đồ thị của hàm số bậc 4.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$ nên hàm số đó là $y = x^4 + x^2 - 2$.

Câu 20: Đồ thị của hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. -1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1

D. 0.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của đồ thị của hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$ với trục hoành là nghiệm phương trình

$$\frac{1-2x}{x+1} = 0 \Rightarrow 1-2x=0 \text{ hay } x = \frac{1}{2}.$$

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + \log_3(x-1) \leq 0$ là

A. $S = (5; 6]$.

B. $S = (1; +\infty)$.

C. $S = [1; 6]$.

D. $S = [6; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow -\log_3(x^2 - 6x + 5) + \log_3(x-1) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x^2 - 6x + 5) \geq \log_3(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 5 \geq x-1 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 6 \geq 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 6 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 6.$$

Tập nghiệm của bất phương trình $S = [6; +\infty)$.

Câu 22: Hoán vị của 5 phần tử bằng

A. 24.

B. 60.

C. 12.

D. 120.

Lời giải

Chọn D

Hoán vị của 5 phần tử $P_5 = 5! = 120$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{1-2x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx = -\ln|1-2x| + C.$

B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\ln|1-2x| + C.$

C. $\int f(x)dx = -2\ln|1-2x| + C.$

D. $\int f(x)dx = -4\ln|1-2x| + C.$

Lời giải

$$\text{Ta có } \int f(x)dx = \int \frac{2}{1-2x}dx = 2 \int \frac{1}{1-2x}dx = \frac{2}{-2} \ln|1-2x| + C = -\ln|1-2x| + C.$$

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[1; 9]$, thỏa mãn $\int_1^9 f(x)dx = 8$ và $\int_4^5 f(x)dx = 6$. Tính giá trị

biểu thức $I = \int_1^4 f(x)dx + \int_5^9 f(x)dx.$

A. $I = 14$.

B. $I = -2$.

C. $I = 48$.

D. $I = 2$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 8 = \int_1^9 f(x)dx = \int_1^4 f(x)dx + \int_4^5 f(x)dx + \int_5^9 f(x)dx = 6 + I \Leftrightarrow I = 2$$

Câu 25: Tích phân $\int_2^3 \frac{2}{2x+1} dx$ bằng

A. $2\ln \frac{5}{7}$.

B. $2\ln \frac{7}{5}$.

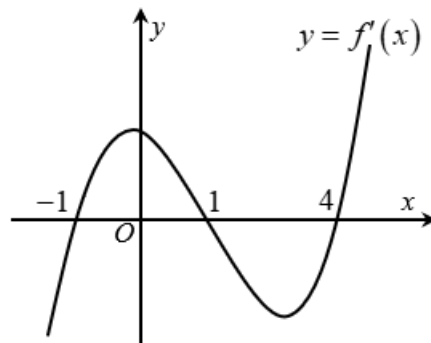
C. $\ln \frac{5}{7}$.

D. $\ln \frac{7}{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_2^3 \frac{2}{2x+1} dx = \ln|2x+1| \Big|_2^3 = \ln 7 - \ln 5 = \ln \frac{7}{5}.$$

Câu 26: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(1; 4)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; 3)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 1) \cup (4; +\infty) \text{ và } f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1; 4).$$

Do đó hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-1; 1)$ và $(4; +\infty)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; 4)$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 4)$ là đúng.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới

x	-3	-1	0	1	2
y	-2	3	0	2	1

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 2]$

Tính $M + m$.

A. -1.

B. 1.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $M = 3, m = -2 \Rightarrow M + m = 1$.

- Câu 28:** Cho $a, b > 0$, nếu $\log_9 a + \log_3 b^3 = 5$ và $\log_{81} a^4 + \log_{27} b^6 = 6$ thì giá trị của $a + b$ bằng
- A. 86. B. 84. C. 80. D. 82.

Lời giải

Chọn B

Với $a, b > 0$ ta có:

$$\begin{cases} \log_9 a + \log_3 b^3 = 5 \\ \log_{81} a^4 + \log_{27} b^6 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \log_3 a + 3 \log_3 b = 5 \\ \log_3 a + 2 \log_3 b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 a = 4 \\ \log_3 b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 81 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy $a + b = 84$.

- Câu 29:** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

- A. $V = \pi - 1$. B. $V = \pi + 1$. C. $V = \pi(\pi + 1)$. D. $V = \pi(\pi - 1)$.

Lời giải

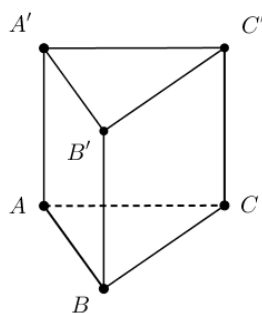
Chọn C

Hình phẳng D giới hạn bởi $\begin{cases} y = \sqrt{2 + \cos x} \\ y = 0 \\ x = 0, x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D

quanh trục hoành được tính theo công thức:

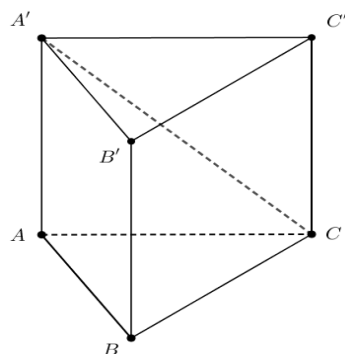
$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sqrt{2 + \cos x})^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \cos x) dx = \pi (2x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi(\pi + 1).$$

- Câu 30:** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B có cạnh $AB = \sqrt{2}, BC = \sqrt{3}$ và cạnh $AA' = \sqrt{15}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng



- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải



Ta có: AC là hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng (ABC) .

Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) là góc $A'CA$.

$$\text{Lại có } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } A'AC \text{ có } \tan A'CA = \frac{AA'}{AC} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}} = \sqrt{3}.$$

Suy ra $A'CA = 60^\circ$.

Câu 31: Cho hàm $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$						

Số nghiệm của phương trình $4f^2(x) - 9 = 0$ là

A. 3

B. 4

C. 6

D. 2

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 4f^2(x) - 9 = 0 \Leftrightarrow f^2(x) = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{3}{2}(1) \\ f(x) = \frac{-3}{2}(2) \end{cases}.$$

Dựa vào bảng biến thiên: phương trình (1) có 4 nghiệm, phương trình (2) có 2 nghiệm.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (2-x)^4(x+2)^3(1-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 1)$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = (2-x)^4(x+2)^3(1-x) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (bội chẵn)} \\ x = -2 \text{ (bội lẻ)} \\ x = 1 \text{ (bội lẻ)} \end{cases}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Dựa vào bảng xét dấu, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

Câu 33: Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ một nhóm gồm 8 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Xác suất để trong 5 học sinh được chọn có cả học sinh nam và học sinh nữ mà số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ là

- A. $\frac{70}{143}$. B. $\frac{60}{143}$. C. $\frac{238}{429}$. D. $\frac{82}{143}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $n(\Omega) = C_{15}^5 = 3003$ cách chọn

Gọi biến cố A: "5 học sinh được chọn có cả học sinh nam và học sinh nữ mà số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ"

Trường hợp 1: Chọn 4 học sinh nam và 1 học sinh nữ $\rightarrow C_8^4 \times C_7^1 = 490$ cách

Trường hợp 2: Chọn 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ $\rightarrow C_8^3 \times C_7^2 = 1176$ cách

Suy ra: $n(A) = 490 + 1176 = 1666$ cách.

Vậy xác suất cần tính là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{238}{429}$.

Câu 34: Cho số thực dương $x \left(x \neq 1, x \neq \frac{1}{2} \right)$ thỏa mãn $\log_x(16x) = \log_{2x}(8x)$. Giá trị $\log_x(16x)$ bằng

$\log\left(\frac{m}{n}\right)$ với m, n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Tổng $m+n$ bằng

- A. 11. B. 10. C. 12. D. 9.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_x(16x) = \log_{2x}(8x) \Leftrightarrow \frac{\log_2(16x)}{\log_2 x} = \frac{\log_2(8x)}{\log_2(2x)}$

$\Leftrightarrow (4 + \log_2 x)(1 + \log_2 x) = \log_2 x(3 + \log_2 x) \Leftrightarrow \log_2 x = -2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$.

Vậy $\log_x(16x) = \log_{\frac{1}{4}} 4 = \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{10}$, khi đó $m=1; n=10 \Rightarrow m+n=11$.

Câu 35: Cho số phức $z = 2 + 3i$. Môđun của số phức $(1+i)\bar{z}$ bằng

- A. $\sqrt{26}$. B. $\sqrt{37}$. C. 5. D. 4.

Lời giải

Ta có $(1+i)\bar{z} = (1+i)(2-3i) = 2-3i+2i-3i^2 = 5-i$

$\Rightarrow |(1+i)\bar{z}| = |5-i| = \sqrt{5^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$

Câu 36: Trong không gian Oxyz cho điểm $A(1;-1;2), B(3;0;1)$. Đường thẳng vuông góc với AB tại A đồng thời song song với mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+t \\ z=2+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=2+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-t \\ z=1+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-1-t \\ z=2+3t \end{cases}$

Lời giải

Với d là đường thẳng cần tìm

Ta có: $\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{AB} = (2; 1; -1) \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} = (1; 2; 1) \end{cases} \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{n}_{(P)}] = (3; -3; 3)$ là vec tơ chỉ phương của d .

Phương trình của d là $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=2+t \end{cases}$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; -1; 2)$. Gọi M, N, K là hình chiếu vuông góc của A lên ba trục tọa độ. Mặt cầu tâm O tiếp xúc với mặt phẳng (MNK) có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 6$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{4}{3}$. C. $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{9}$. D. $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{4}{9}$.

Lời giải

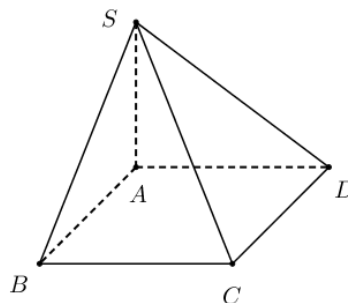
Ta có: $M(1; 0; 0), N(0; -1; 0), K(0; 0; 2)$ nên phương trình mặt phẳng (MNK) là:

$$x - y + \frac{z}{2} = 1 \Leftrightarrow 2x - 2y + z - 2 = 0$$

Mặt cầu cần tìm có bán kính $R = d(O; (MNK)) = \frac{2}{3}$

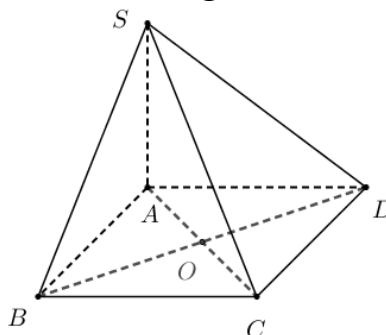
Phương trình mặt cầu là: $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{4}{9}$

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = \sqrt{3}$ và $SB = 3$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ D đến (SAC) bằng



A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Ta có: $\left. \begin{matrix} DO \perp AC \\ DO \perp SA \end{matrix} \right\} \Rightarrow DO \perp (SAC) \Rightarrow d(D, (SAC)) = DO.$

Mặt khác $AB = \sqrt{SB^2 - SA^2} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}.$

Vậy $d(D, (SAC)) = DO = \frac{BD}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{2}}{2} = \sqrt{3}.$

Câu 39: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_a(x^2 - x - 2) > \log_a(-x^2 + 2x + 3)$. Biết $S = (m; n)$ và $\frac{7}{3}$ thuộc S . Tính $m + n$.

A. $m + n = \frac{13}{3}$. B. $m + n = \frac{7}{2}$. C. $m + n = \frac{11}{3}$. D. $m + n = \frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \\ -x^2 + 2x + 3 > 0 \\ 0 < a \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x < 3 \\ 0 < a \neq 1 \end{cases}.$

Do $x = \frac{7}{3}$ là nghiệm của bất phương trình đã cho nên $\log_a \frac{10}{9} > \log_a \frac{20}{9} \Rightarrow 0 < a < 1.$

Vì $0 < a < 1$ nên bất phương trình $\Leftrightarrow x^2 - x - 2 < -x^2 + 2x + 3$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 5 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < \frac{5}{2} \xrightarrow{2 < x < 3} 2 < x < \frac{5}{2}.$ Vì vậy $m + n = 2 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2}$

Câu 40: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} e^x + m & \text{khi } x \geq 0 \\ 2x\sqrt{3+x^2} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$, m là tham số thực và tích phân

$\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = a.e + b\sqrt{3} + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tổng $a + b - 3c$ bằng :

A. 20. B. 25 C. -19. D. 30.

Lời giải

Do hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 0); (0; +\infty)$ nên hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi hàm số liên tục tại điểm $x = 0$ hay $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -1$

Ta có $\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = \int_{\frac{1}{e}}^e f(\ln x) d(\ln x) = \int_{-1}^1 f(t) dt$, với $t = \ln x$.

Lại có: $\int_{-1}^1 f(t) dt = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 2x\sqrt{3+x^2} dx + \int_0^1 (e^x - 1) dx$

Xét $\int_{-1}^0 2x\sqrt{3+x^2} dx$: Đặt $u = \sqrt{3+x^2} \Rightarrow u^2 = 3+x^2 \Rightarrow udu = xdx$

$$\int_{-1}^0 2x\sqrt{3+x^2} dx = \int_2^{\sqrt{3}} 2u^2 du = \frac{2}{3} u^3 \Big|_2^{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} - \frac{16}{3}$$

$$\text{Xét } \int_0^1 (e^x - 1) dx = (e^x - x) \Big|_0^1 = e - 2$$

$$\text{Do đó } \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = e + 2\sqrt{3} - \frac{22}{3}, \text{ suy ra } a=1; b=2; c=-\frac{22}{3} \Rightarrow a+b-3c=25.$$

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = x^3 + mx^2 + nx - 1$ với m, n là các tham số thực thỏa mãn $m+n > 0$ và $7 + 2(2m+n) < 0$. Số điểm cực trị của hàm $y = |f(|x|)|$ là:

A. 2.

B. 5.

C. 9.

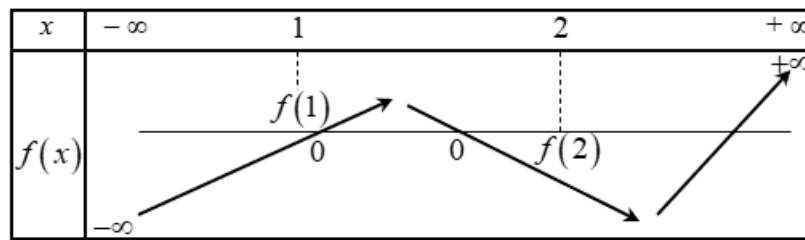
D. 11.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) = x^3 + mx^2 + nx - 1$ là hàm đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$, mặt khác $f(1) = m+n > 0$ và $f(2) = 7 + 2(2m+n) < 0 \Rightarrow f(1) \cdot f(2) < 0$ suy ra $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(1; 2)$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ta có bảng biến thiên của hàm $y = f(x)$



Hàm số $y = f(x)$ có 2 cực trị dương nên hàm số $y = f(|x|)$ có 5 cực trị. Mặt khác, đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ cắt trục Ox tại 6 điểm. Suy ra hàm số $y = |f(|x|)|$ có 11 cực trị.

Câu 42: Cho số phức z có phần thực là số nguyên và z thỏa mãn $|z| - 2\bar{z} + 7 = 3i + z$. Tính mô-đun của số phức $\omega = z^2 - z - 17i$ bằng

A. $|\omega| = 10$.

B. $|\omega| = 5$.

C. $|\omega| = 7$.

D. $|\omega| = \sqrt{\frac{20}{3}}$.

Lời giải

Đặt $z = a + bi, (a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{R})$.

Ta có: $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} - 2(a - bi) = -7 + 3i + a + bi$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} - 3a + 7 + (b - 3)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2} - 3a + 7 = 0 \\ b - 3 = 0 \end{cases}$$

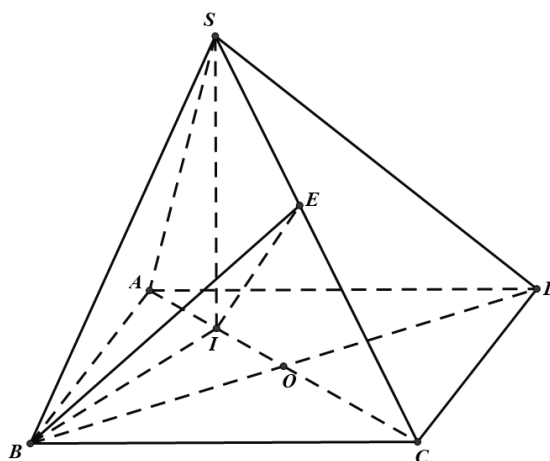
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2+9}=3a-7 \\ b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \frac{7}{3} \\ a^2+9=9a^2-42a+49 \\ b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \frac{7}{3} \\ \begin{cases} a=4(N) \\ a=\frac{5}{4}(L) \end{cases} \\ b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ a=4 \end{cases}.$$

Vậy $z = 4 + 3i \Rightarrow \omega = z^2 - z - 17i = 3 + 4i \Rightarrow |\omega| = 5$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm AO . Biết $((SAC); (SBC)) = 60^\circ$. Khi đó thể tích của $S.ABCD$ là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải



Gọi I trung điểm AO , suy ra $SI \perp (ABCD)$.

$$AC = 2a; BI = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Vẽ $BE \perp SC \Rightarrow IE \perp SC$.

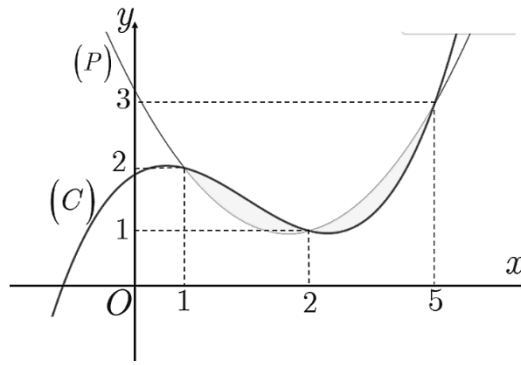
Vậy $((SAC); (SBC)) = (BE; IE) = 60^\circ$.

Xét $\triangle BIE$ vuông tại I : $IE = BI \cdot \cot 60 = \frac{a}{2}$.

Xét $\triangle SIC$ vuông tại I : $\frac{1}{IE^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IC^2} \Rightarrow SI = \frac{3a\sqrt{2}}{8}$.

$$\text{Vậy } V_{SABCD} = \frac{1}{3} SI \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}.$$

Câu 44: Cho đồ thị hàm số $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $(P): y = mx^2 + nx + p$ có đồ thị như hình vẽ (Đồ thị (C) là nét có đường cong đậm hơn). Biết phần hình phẳng được giới hạn bởi (C) và (P) (phần tô đậm) có diện tích bằng 2. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay phần hình phẳng quanh trục hoành có giá trị gần với số nào nhất?



A. 12.53.

B. 9.34.

C. 10.23.

D. 11.74.

Lời giải

Từ đồ thị ta có: $(P): y = g(x) = mx^2 + nx + p$ và (P) qua $(3;1)$, $(5;3)$, $(1;2)$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9m + 3n + p = 1 \\ 25m + 5n + p = 3 \\ m + n + p = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{8} \\ n = -2 \\ p = \frac{29}{8} \end{cases} \Rightarrow g(x) = \frac{3}{8}x^2 - 2x + \frac{29}{8}$$

Đường cong $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại điểm có hoành độ $x=1$, $x=3$, $x=5$ suy ra

$$f(x) - g(x) = k(x-1)(x-3)(x-5) (k > 0)$$

$$S = k \left[\int_1^3 (x-1)(x-3)(x-5) dx - \int_3^5 (x-1)(x-3)(x-5) dx \right] = k[4 - (-4)] = 8k$$

$$S = 2 \Rightarrow 2 = 8k \Rightarrow k = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}(x-1)(x-3)(x-5) + \frac{3}{8}x^2 - 2x + \frac{29}{8} = \frac{x^3}{4} - \frac{15}{8}x^2 + \frac{15}{4}x - \frac{1}{8}$$

$$\text{Vậy } V = \pi \int_1^2 (f^2 - g^2) dx + \pi \int_2^5 (g^2 - f^2) dx = \frac{6533}{3360} \pi + \frac{2007}{1120} \pi \approx 11.74$$

Câu 45: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 6, |z_2| = 2$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn cho z_1 và iz_2

. Biết $\angle MON = 60^\circ$. Giá trị lớn nhất của $|z_1 + 3iz_2 - \sqrt{3}i|$ bằng

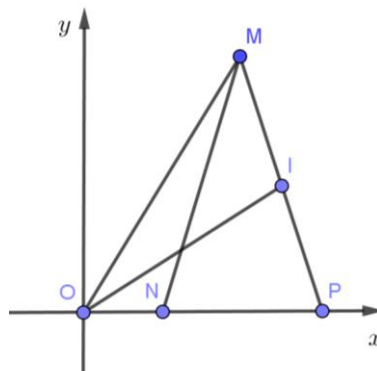
A. $12 + \sqrt{3}$.

B. $4\sqrt{3}$.

C. $T = 12\sqrt{3}$.

D. $7\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi P là điểm biểu diễn số phức $3iz_2$.

Ta có $|z_1 + 3iz_2| = |\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OP}| = |\overrightarrow{OI}| = 2OI$.

Do $\angle MON = 60^\circ$ và $OM = OP = 6$ nên $\triangle MOP$ đều suy ra $PM = 6$ và $OI = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$.

Vậy $|z_1 + 3iz_2| = 6\sqrt{3}$.

Ta có $|z_1 + 3iz_2 - \sqrt{3}i| \leq |z_1 + 3iz_2| + |\sqrt{3}i| = 6\sqrt{3} + \sqrt{3} = 7\sqrt{3}$.

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} |z_1 + 3iz_2| = 6\sqrt{3} \\ z_1 + 3iz_2 = k\sqrt{3}i \Rightarrow z_1 + 3iz_2 = 6\sqrt{3}i \\ k \geq 0 \end{cases}$

Vậy $|z_1 + 3iz_2 - \sqrt{3}i|_{\max} = 7\sqrt{3}$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;3;2)$, mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + z - 10 = 0$ và đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng d cắt (P) và Δ lần lượt tại điểm A và B sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB , d có phương trình là:

A. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$.

B. $\frac{x-8}{7} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$.

D. $\frac{x-6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Có $B(-2 + 2t; 1 + t; 1 - t) \in \Delta$.

M là trung điểm của AB nên $\begin{cases} x_A = 2 \cdot 1 - (-2 + 2t) = 4 - 2t \\ y_A = 2 \cdot 3 - (1 + t) = 5 - t \\ z_A = 2 \cdot 2 - (1 - t) = 3 + t \end{cases} \Leftrightarrow A(4 - 2t; 5 - t; 3 + t).$

Lại có $A \in (P) \Leftrightarrow 2(4 - 2t) - (5 - t) + (3 + t) - 10 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow A(8; 7; 1).$

Vậy đường thẳng d đi qua điểm $A(8; 7; 1)$ và có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AM} = (7; 4; -1)$ có phương trình là $\frac{x-8}{7} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-1}{-1}$.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a ($a > 0$) thỏa mãn $\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2023} \leq \left(2^{2023} + \frac{1}{2^{2023}}\right)^a$.

A. 2020.

B. 2023.

C. 2021.

D. 2022.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2023} \leq \left(2^{2023} + \frac{1}{2^{2023}}\right)^a \Rightarrow 2023 \log_2 \left(2^a + \frac{1}{2^a}\right) \leq a \log_2 \left(2^{2023} + \frac{1}{2^{2023}}\right)$

$$\Rightarrow \frac{\log_2 \left(2^a + \frac{1}{2^a} \right)}{a} \leq \frac{\log_2 \left(2^{2023} + \frac{1}{2^{2023}} \right)}{2023}.$$

$$\text{Xét hàm số } y = f(x) = \frac{\log_2 \left(2^x + \frac{1}{2^x} \right)}{x} = \frac{\log_2 (4^x + 1) - x}{x} = \frac{\log_2 (4^x + 1)}{x} - 1.$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{1}{\ln 2} \left[\frac{\left(4^x + 1 \right)' \cdot x - \ln(4^x + 1)}{x^2} \right] = \frac{1}{\ln 2} \left[\frac{4^x \cdot \ln 4 \cdot x - (4^x + 1) \ln(4^x + 1)}{x^2 (4^x + 1)} \right] < 0$$

$$y' = \frac{1}{\ln 2} \left[\frac{4^x \cdot \ln 4 \cdot x - (4^x + 1) \ln(4^x + 1)}{x^2 (4^x + 1)} \right] < 0, \forall x > 0.$$

Nên $y = f(x)$ là hàm nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Do đó $f(a) \leq f(2023)$ với $(a > 0)$ khi $0 < a \leq 2023$.

Vậy có 2023 giá trị của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48: Cho trụ có thể tích V . Hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ nội tiếp hình trụ. Mặt phẳng $(ABB'A')$ chia khối trụ làm hai phần có thể tích lần lượt là V_1 và V_2 biết $(V_1 < V_2)$. Khi đó tỉ số

$$\frac{V_1}{V} = \frac{a\pi - b\sqrt{b}}{12\pi} \text{ với } (a, b \in \mathbb{N}). \text{ Tính tổng } T = a + b.$$

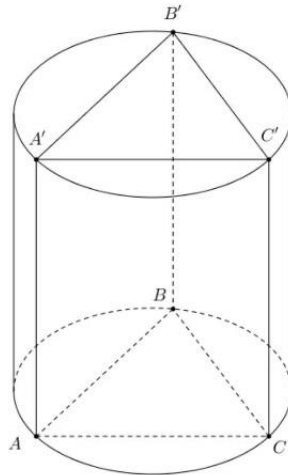
A. $T = 16$.

B. $T = 11$.

C. $T = 7$.

D. $T = 14$.

Lời giải



Đặt $AB = x$, $AA' = h$, điều kiện $x > 0, h > 0$. Gọi V_2 là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_2 = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} h$.

Ta có bán kính đường tròn đáy của khối trụ đã cho là $R = \frac{x\sqrt{3}}{3}$. Khi đó thể tích của khối trụ đã

$$\text{cho là : } V = \pi R^2 h = \pi \left(\frac{x\sqrt{3}}{3} \right)^2 h = \frac{\pi x^2 h}{3}.$$

$$\text{Từ giả thiết có : } V = 3V_1 + V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{V - V_2}{3} \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{V - V_2}{3V} = \frac{\frac{\pi x^2 h}{3} - \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} h}{3 \frac{\pi x^2 h}{3}} = \frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{12\pi}.$$

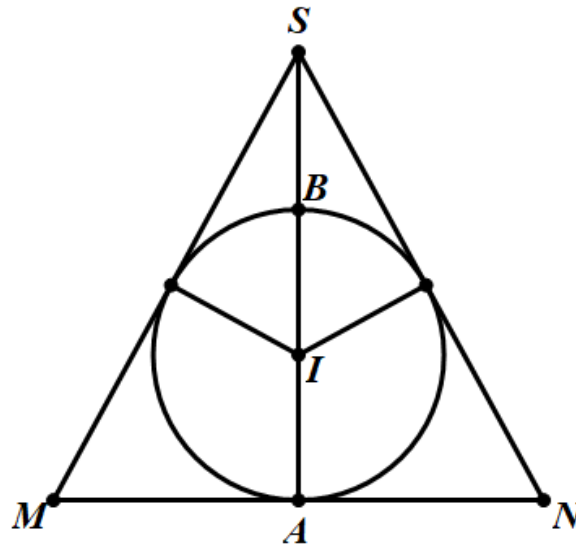
$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}. \text{ Vậy } T = 7.$$

- Câu 49:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-3)$, $B(-3;0;5)$. Một khối nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm A , có các đường sinh và mặt đáy tiếp xúc với mặt cầu đường kính AB . Khi thể tích khối nón đạt giá trị nhỏ nhất, cao độ của điểm S là
- A. -8. B. -10. C. -1. D. 13.

Lời giải

Gọi bán kính mặt cầu là r ($r = \frac{AB}{2}$), tâm mặt cầu là I (I là trung điểm của AB), bán kính đáy và chiều cao của hình nón là R và h ($h > 2r$).

Xét thiết diện tạo bởi mặt phẳng qua trục của hình nón với hình nón là $\triangle SMN$ (hình vẽ). Ta có $\triangle SMN$ cân, A là trung điểm của MN và I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle SMN$.



$$\text{Áp dụng công thức: } r = \frac{S}{p}, \text{ ta có } r = \frac{S_{SMN}}{p_{SMN}} = \frac{SA \cdot AM}{SM + AM} = \frac{Rh}{\sqrt{R^2 + h^2} + R}$$

$$\text{Suy ra } Rh = Rr + r\sqrt{R^2 + h^2} \Rightarrow R(h - r) = r\sqrt{R^2 + h^2} \Rightarrow R^2(h^2 - 2rh + r^2) = r^2R^2 + r^2h^2$$

$$\Leftrightarrow R^2(h^2 - 2rh) = r^2h^2 \Leftrightarrow R^2(h - 2r) = r^2h \Leftrightarrow R^2 = \frac{r^2h}{h - 2r}.$$

$$\text{Công thức tính thể tích hình nón: } V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{r^2h}{h - 2r} \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{r^2h^2}{h - 2r}.$$

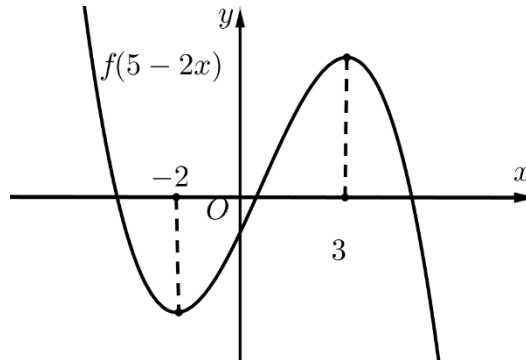
Để V nhỏ nhất thì $\frac{h^2}{h - 2r}$ nhỏ nhất, xét hàm số $f(h) = \frac{h^2}{h - 2r}$ trên $(2r; +\infty)$, ta có

$$f'(h) = \frac{h(h - 4r)}{(h - 2r)^2}, \text{ ta có bảng biến thiên hàm } f(h) \text{ trên } (2r; +\infty) \text{ như sau:}$$

x	$2r$	$4r$	$+\infty$	
y'	$\parallel$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			$+\infty$

Từ đó $f(h)$ nhỏ nhất khi $h = 4r$, khi đó S là điểm đối xứng với A qua B nên $S(-8; -1; 13)$.

Câu 50: Cho đồ thị hàm số $y = f(5 - 2x)$ như hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-23; 23]$ để hàm số $y = f(|x^3 - 3x + m| + m^2 - 1)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$?

A. 23.

B. 22.

C. 21.

D. 20.

Lời giải

Chọn A

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ được vẽ lại như sau:

x	$-\infty$	-1	9	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$				$+\infty$

$$g(x) = f(|x^3 - 3x + m| + m^2 - 1) \Rightarrow g'(x) = \frac{(3x^2 - 3)(x^3 - 3x + m)}{|x^3 - 3x + m|} \cdot f'(|x^3 - 3x + m| + m^2 - 1)$$

Nhận xét: $|x^3 - 3x + m| + m^2 - 1 \geq -1, \forall x \in \mathbb{R}$ và $(3x^2 - 3) = 3(x^2 - 1) < 0, \forall x \in (0; 1)$.

Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$ khi và chỉ khi $g'(x) \geq 0, \forall x \in (0; 1)$

$$\Leftrightarrow (x^3 - 3x + m) \cdot f'(|x^3 - 3x + m| + m^2 - 1) \leq 0, \forall x \in (0; 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 - 3x + m| + m^2 - 1 \in [-1; 9] \\ x^3 - 3x + m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x^3 - 3x + m + m^2 - 1 \leq 9 \\ x^3 - 3x \geq -m \end{cases}, \forall x \in (0; 1)$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \left[\begin{cases} -m^2 - m \leq x^3 - 3x \leq 10 - m^2 \\ x^3 - 3x \geq -m \\ m^2 - m - 10 \geq x^3 - 3x \\ x^3 - 3x \leq -m \end{cases} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{cases} -m^2 - m \leq -2 \\ 10 - m^2 \geq 0 \\ -m \leq -2 \\ m^2 - m - 10 \geq 0 \\ -m \geq 0 \end{cases} \right] \\
&\Leftrightarrow \left[\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -2 \\ -\sqrt{10} \leq m \leq \sqrt{10} \\ m \geq 2 \\ m \leq \frac{1 - \sqrt{41}}{2} \\ m \geq \frac{1 + \sqrt{41}}{2} \\ m \leq 0 \end{cases} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{cases} 2 \leq m \leq \sqrt{10} \\ m \leq \frac{1 - \sqrt{41}}{2} \end{cases} \right] \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}; m \in [-23; 23]} m \in \{-23; -22; \dots; -3; 2; 3\}
\end{aligned}$$

Vậy có tất cả 23 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.