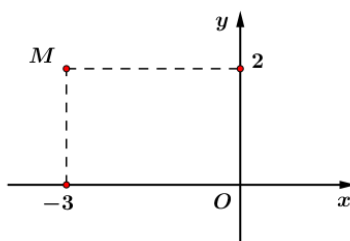




Câu 1: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



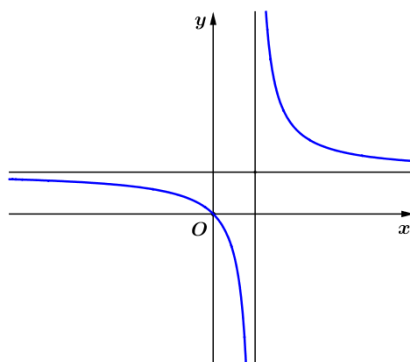
A. $z = -2 + 3i$.

B. $z = -3 + 2i$.

C. $z = 3 - 2i$.

D. $z = 2 - 3i$.

Câu 2: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x}{x+1}$.

C. $y = \frac{x}{x-1}$.

D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $3^{2x-1} = 27$ là

A. $\{1\}$.

B. $\{5\}$.

C. $\{2\}$.

D. $\{4\}$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x+2)$ là

A. $[-2; +\infty)$.

B. $(-2; +\infty)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $[2; +\infty)$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_4 = -16$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 6.

B. -6.

C. -8.

D. -2.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; 5)$, $B(3; -5; 1)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có toạ độ là

A. $(2; -2; 6)$.

B. $(2; -4; -2)$.

C. $(1; -1; 3)$.

D. $(4; -8; -4)$.

Câu 7: Cho $\int_0^1 f(x)dx = -4$, khi đó $\int_0^1 -2 \cdot f(x)dx$ bằng

A. -2.

B. 2.

C. -8.

D. 8.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-3	$+\infty$	1	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -2 . B. 1 . C. 0 . D. -3 .

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x)dx = 9$ và

$F(0) = 3$. Khi đó giá trị $F(9)$ là

- A. $F(9) = -12$. B. $F(9) = 12$. C. $F(9) = -6$. D. $F(9) = 6$.

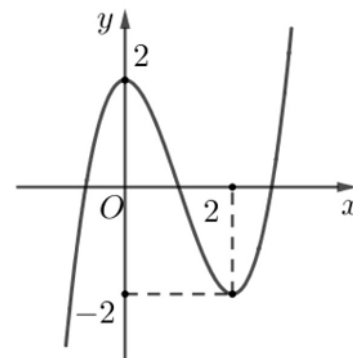
Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1; -2; 1)$?

- A. $(P_1): x + y + z = 0$. B. $(P_2): x + y + z - 1 = 0$. C. $(P_3): x - 2y + z = 0$. D. $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(1; 2)$.
C. $(0; 2)$. D. $(2; +\infty)$.



Câu 12: Modul của số phức $z = 2 + 2i$ bằng

- A. 8 . B. $2\sqrt{2}$.
C. 2 . D. 4 .

Câu 13: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i, z_2 = -1 + 3i$. Số phức $z_1 + z_2$ có phần ảo bằng

- A. $4i$. B. 1 . C. i . D. 4 .

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	0	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3 . B. 0 . C. 2 . D. 1 .

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm $M(0; 0; 2)$ có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.
C. $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$. D. $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 2$

Câu 16: Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 3 học sinh vào một dãy ghế dài gồm 5 ghế trống, mỗi học sinh ngồi một ghế?

- A. $5!$. B. A_5^3 . C. C_5^3 . D. 5^3

Câu 17: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

- A. 10 . B. 30 . C. 90 . D. 15 .

- Câu 18:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng
- A. $x=1$. B. $x=-1$. C. $x=2$. D. $x=-4$.
- Câu 19:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{-5}$ là
- A. $-5x^{-6} + C$. B. $-4x^{-4} + C$. C. $\frac{1}{4}x^{-4} + C$. D. $-\frac{1}{4}x^{-4} + C$.
- Câu 20:** Một hình nón có bán kính đáy $r = 3$ cm và độ dài đường sinh $l = 4$ cm. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. $12\pi \text{ cm}^2$. B. $48\pi \text{ cm}^2$. C. $24\pi \text{ cm}^2$. D. $36\pi \text{ cm}^2$.
- Câu 21:** Đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x-4}{2x+2}$ cắt trục hoành tại điểm có tung độ bằng
- A. 4. B. -2. C. 0. D. -4.
- Câu 22:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là
- A. $\vec{u}_3 = (1; -2; -1)$. B. $\vec{u}_4 = (1; 2; 3)$. C. $\vec{u}_1 = (1; 2; 1)$. D. $\vec{u}_4 = (1; -2; 1)$
- Câu 23:** Với a là số thực dương tùy ý $\sqrt{a^3}$ bằng
- A. a^6 . B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. $a^{\frac{2}{3}}$. D. $a^{\frac{1}{6}}$.
- Câu 24:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 + 5) \geq \log_2(2x + 8)$ là
- A. $[-1; 3]$. B. $(-4; -1) \cup [3; +\infty)$. C. $(-1; 3)$. D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.
- Câu 25:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -1)$ và $B(2; -1; 1)$ có phương trình tham số là
- A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=1+2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+2t \\ z=2-t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$
- Câu 26:** Một mặt cầu có bán kính bằng $2r$ thì diện tích của nó bằng
- A. $4\pi r^2$. B. $\frac{4}{3}\pi r^3$. C. $\frac{32}{3}\pi r^3$. D. $16\pi r^2$
- Câu 27:** Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 5i$, khi đó $\overline{z_1 \cdot z_2}$ bằng
- A. $-8 - 9i$. B. $8 - 9i$. C. $8 + 9i$. D. $-8 + 9i$.
- Câu 28:** Đạo hàm của hàm số $y = 5^{2x}$ là
- A. $y = 5^{2x} \ln 25$. B. $y = \frac{5^{2x}}{\ln 5}$. C. $y = 5^{2x} \ln 5$. D. $y = \frac{5^{2x}}{\ln 25}$.
- Câu 29:** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng
- A. 11. B. 12. C. 10. D. 13.
- Câu 30:** Chọn ngẫu nhiên hai số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để hai số được chọn có tổng là một số lẻ bằng
- A. $\frac{8}{15}$. B. $\frac{11}{15}$. C. $\frac{4}{15}$. D. $\frac{1}{7}$.
- Câu 31:** Biết rằng $a = \log_2 3$, $b = \log_2 5$. Hãy biểu diễn $\log_{45} 4$ theo a và b

A. $\frac{a+2b}{2}$. B. $2ab$. C. $\frac{2}{2a+b}$. D. $\frac{2a+b}{2}$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(4;-1;-1)$, $C(2;0;2)$.

A. $3x-3y+z-14=0$ B. $3x-2y+z-8=0$ C. $3x+3y+z-8=0$ D. $2x+3y-z+8=0$

Câu 33: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng a^3 . Gọi M là trung điểm cạnh AA' . Thể tích của khối chóp $M.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 34: Xét $u = \ln(x+1)$ và $v = x^2$, khi đó $\int_0^1 u dv$ bằng

A. $x^2 \ln(x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 2x \ln(x+1) dx$ B. $x^2 \ln(x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx$.
C. $x^2 \ln(x+1) \Big|_0^1 + \int_0^1 2x \ln(x+1) dx$. D. $x^2 \ln(x+1) \Big|_0^1 + \int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx$.

Câu 35: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng $2\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$. Biết sin góc giữa hai vectơ $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng.

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 37: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $A'A = 2\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và AB bằng.

A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		5		-3	

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'[f(x)+2]=0$ là

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m, (m \geq 2)$ sao cho có không quá 4 số nguyên x thỏa mãn $m^{-x} \cdot 3^{x^2} < 1$

- A. 241. B. 79. C. 242. D. 80.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \ln(x+1), \forall x \in (-1; +\infty)$. Khi $\int_0^1 f(x)dx = 0$ thì $f(0)$ bằng

- A. $-\frac{5}{4} + 2\ln 2$. B. $\frac{3}{4} - 2\ln 2$. C. $\frac{5}{4} - 2\ln 2$. D. $-\frac{3}{4} + 2\ln 2$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-2=0$. Xét điểm M thuộc (P) và điểm N thuộc d sao cho $\overrightarrow{OM} = -2\overrightarrow{ON}$, khi đó MN bằng

- A. $\sqrt{21}$. B. $3\sqrt{105}$. C. $\sqrt{105}$. D. $3\sqrt{21}$.

Câu 42: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng $\frac{1}{2\sqrt{3}}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - x - 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-20; 20]$ để hàm số $g(x) = f(2x^3 - 3x^2 - 12x + m)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$ là

- A. 19. B. 18. C. 16. D. 13.

Câu 44: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0 (a, b \in \mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp $(a; b)$ để phương trình đã cho có hai nghiệm phức là z_1, z_2 thỏa mãn $(2z_1 + z_2)\bar{z}_1 = 5 + 2\sqrt{2}$?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 4)$. Gọi $(S_1), (S_2)$ là hai mặt cầu có cùng tâm I , bán kính lần lượt là $R_1 = 3$ và $R_2 = \sqrt{33}$. Xét điểm A di động trên (S_1) và ba điểm B, C, D di động trên (S_2) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện bằng

- A. $36\sqrt{3}$. B. $16\sqrt{3}$. C. $12\sqrt{3}$. D. $48\sqrt{3}$.

Câu 46: Cho khối trụ (T) có bán kính đáy bằng $2a\sqrt{3}$ gọi A, B là 2 điểm nằm trên đường tròn đáy của (T) sao cho khoảng cách và góc giữa AB và trục của (T) bằng $2a$ và 60° . Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. $48\sqrt{6}\pi a^3$. B. $24\sqrt{2}\pi a^3$. C. $16\sqrt{6}\pi a^3$. D. $24\sqrt{6}\pi a^3$.

Câu 47: Cho đường thẳng $d: y = g(x)$ cắt đồ thị (C) của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + cx + d$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ là $x_0 = -1; x_1; x_2$ và $\int_{x_1}^{x_2} \frac{f(x) - g(x)}{x+1} dx = \frac{-9}{2}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

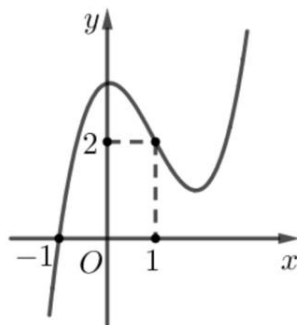
A. $\frac{71}{6}$.

B. $\frac{37}{12}$.

C. $\frac{27}{4}$.

D. $\frac{45}{4}$.

Câu 48: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị của đạo hàm như hình vẽ:



Trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 5\pi\right)$, hàm số $g(x) = f(\sin x - 1) + \frac{1}{4} \cos 2x$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 6

B. 4

C. 7

D. 5

Câu 49: Có bao nhiêu số nguyên $y \in [-30; 30]$ sao cho ứng với mỗi y tồn tại ít nhất 12 số nguyên x thỏa mãn $(9x^2 + 9)(3^{2xy-y} - 3^{x^2-1}) \geq \frac{x^2 - 2xy + y - 1}{2xy - y + 2}$?

A. 49

B. 10

C. 51

D. 12

Câu 50: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2| + |z_1 - 1| + |z_1 - \bar{z}_1 - 2| = 5$ và $|i.z_2 + 3 - 2i| = 2$. Khi $|z_1 - z_2|$ đạt giá trị lớn nhất thì $|i.z_1 + z_2 - 1|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{65}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{185}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{290}}{5}$.

D. $\frac{8\sqrt{5}}{5}$.

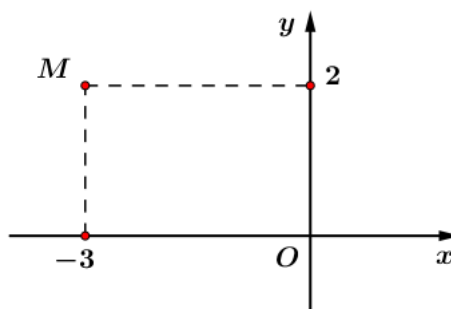
----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.C	4.B	5.D	6.C	7.D	8.B	9.B	10.A
11.D	12.B	13.D	14.D	15.B	16.B	17.A	18.A	19.D	20.A
21.C	22.A	23.B	24.B	25.A	26.D	27.D	28.A	29.A	30.A
31.C	32.C	33.D	34.B	35.C	36.C	37.C	38.B	39.C	40.C
41.B	42.C	43.D	44.C	45.A	46.C	47.A	48.D	49.D	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



A. $z = -2 + 3i$.

B. $z = -3 + 2i$.

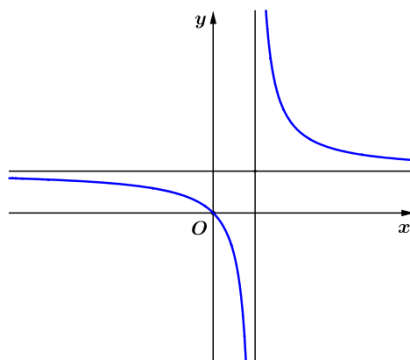
C. $z = 3 - 2i$.

D. $z = 2 - 3i$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x}{x+1}$.

C. $y = \frac{x}{x-1}$.

D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận đứng $x = a > 0$ loại câu B, D

Đồ thị giao trục tung tại điểm $O(0;0)$ suy ra $y = \frac{x}{x-1}$ thỏa.

Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $3^{2x-1} = 27$ là

A. $\{1\}$.

B. $\{5\}$.

C. $\{2\}$.

D. $\{4\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^{2x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{2x-1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x-1=3 \Leftrightarrow x=2$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x+2)$ là

A. $[-2; +\infty)$.

B. $(-2; +\infty)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định $x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$

Tập xác định là $D = (-2; +\infty)$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_4 = -16$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 6. B. -6. C. -8. **D. -2.**

Lời giải

Chọn D

Công thức số hạng tổng quát $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

$$\Leftrightarrow u_4 = u_1 \cdot q^3$$

$$\Leftrightarrow -16 = 2 \cdot q^3$$

$$\Leftrightarrow q = -2.$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; 5), B(3; -5; 1)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(2; -2; 6)$. B. $(2; -4; -2)$. **C. $(1; -1; 3)$.** D. $(4; -8; -4)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $I(a; b; c)$ là trung điểm $A, B \Rightarrow I(1; -1; 3)$.

Câu 7: Cho $\int_0^1 f(x)dx = -4$, khi đó $\int_0^1 -2 \cdot f(x)dx$ bằng

- A. -2. B. 2. C. -8. **D. 8.**

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^1 -2 \cdot f(x)dx = -2 \cdot (-4) = 8.$$

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			-3		$+\infty$	$+\infty$
					1	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -2. **B. 1.** C. 0. D. -3.

Lời giải

Chọn B

Giá trị cực tiểu bằng 1.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x)dx = 9$ và

$F(0) = 3$. Khi đó giá trị $F(9)$ là

- A. $F(9) = -12$. **B. $F(9) = 12$.** C. $F(9) = -6$. D. $F(9) = 6$.

Lời giải

Chọn B

$$\int_0^9 f(x)dx = 9 \Leftrightarrow F(9) - F(0) = 9 \Leftrightarrow F(9) = 9 + F(0) = 12$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1; -2; 1)$?

A. $(P_1): x + y + z = 0.$

B. $(P_2): x + y + z - 1 = 0.$

C. $(P_3): x - 2y + z = 0.$

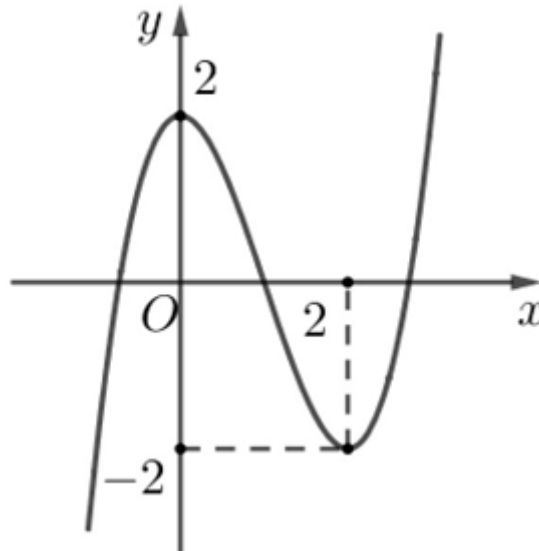
D. $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0.$

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm vào thấy thỏa mãn đáp án A

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 2).$

B. $(1; 2).$

C. $(0; 2).$

D. $(2; +\infty).$

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số suy ra hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$

Câu 12: Modul của số phức $z = 2 + 2i$ bằng

A. 8.

B. $2\sqrt{2}.$

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$|z| = |2 + 2i| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

Câu 13: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i, z_2 = -1 + 3i$. Số phức $z_1 + z_2$ có phần ảo bằng

A. $4i.$

B. 1.

C. $i.$

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1 + z_2 = 2 + i - 1 + 3i = 1 + 4i$. Vậy phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ là 4.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$
		-3	0	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

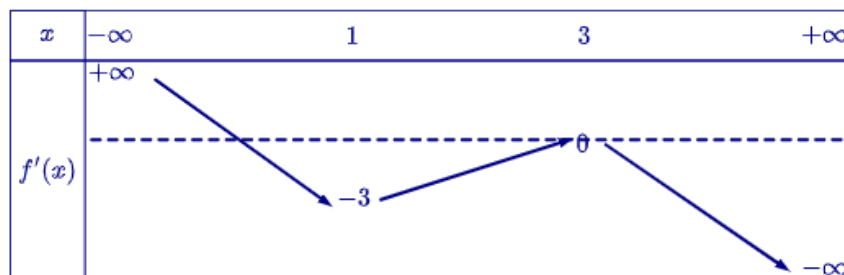
A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn DSố điểm cực trị của hàm số $f(x)$ chính là số lần đổi dấu của $f'(x)$ Nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu chỉ 1 lần, vậy hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.**Câu 15:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm $M(0;0;2)$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

C. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$.

D. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$

Lời giải

Chọn BMặt cầu tâm O đi qua điểm M nên có $R = OM = 2$.Vậy phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.**Câu 16:** Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 3 học sinh vào một dãy ghế dài gồm 5 ghế trống, mỗi học sinh ngồi một ghế?

A. $5!$.

B. A_5^3 .

C. C_5^3 .

D. 5^3

Lời giải

Chọn BĐể xếp 3 học sinh vào một dãy ghế dài gồm 5 ghế trống thì ta có A_5^3 cách.**Câu 17:** Cho khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 10.

B. 30.

C. 90.

D. 15.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp đó bằng $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.6.5 = 10$.

Câu 18: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng

A. $x=1$.

B. $x=-1$.

C. $x=2$.

D. $x=-4$.

Lời giải

Chọn ATập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+4}{x-1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+4}{x-1} = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=1$.**Câu 19:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{-5}$ là

A. $-5x^{-6} + C$.

B. $-4x^{-4} + C$.

C. $\frac{1}{4}x^{-4} + C$.

D. $-\frac{1}{4}x^{-4} + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int f(x)dx = \int x^{-5}dx = -\frac{1}{4}x^{-4} + C.$

Câu 20: Một hình nón có bán kính đáy $r = 3$ cm và độ dài đường sinh $l = 4$ cm. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.** $12\pi \text{ cm}^2.$ **B.** $48\pi \text{ cm}^2.$ **C.** $24\pi \text{ cm}^2.$ **D.** $36\pi \text{ cm}^2.$

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh: $S = \pi.r.l = \pi.3.4 = 12\pi \text{ cm}^2.$

Câu 21: Đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x-4}{2x+2}$ cắt trục hoành tại điểm có tung độ bằng

- A.** 4. **B.** -2. **C.** 0. **D.** -4.

Lời giải.

Chọn C

Đồ thị cắt trục hoành thì tung độ $y = 0.$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

- A.** $\vec{u}_3 = (1; -2; -1).$ **B.** $\vec{u}_4 = (1; 2; 3).$ **C.** $\vec{u}_1 = (1; 2; 1).$ **D.** $\vec{u}_4 = (1; -2; 1)$

Lời giải.

Chọn A

Theo công thức Phương trình tham số của đường thẳng $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$ suy ra một vectơ chỉ

phương là $\vec{u} = (-1; 2; 1)$ hay là $\vec{u}_3 = (1; -2; -1)$

Câu 23: Với a là số thực dương tùy ý $\sqrt{a^3}$ bằng

- A.** $a^6.$ **B.** $a^{\frac{3}{2}}.$ **C.** $a^{\frac{2}{3}}.$ **D.** $a^{\frac{1}{6}}.$

Lời giải.

Chọn B

Ta có $\sqrt{a^3} = (a^3)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{2}}$

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 + 5) \geq \log_2(2x + 8)$ là

- A.** $[-1; 3].$ **B.** $(-4; -1) \cup [3; +\infty).$ **C.** $(-1; 3).$ **D.** $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty).$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2(x^2 + 5) \geq \log_2(2x + 8) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5 \geq 2x + 8 \\ 2x + 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ -4 < x \leq -1 \end{cases}.$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -1)$ và $B(2; -1; 1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -1)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; -3; 2)$

là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$

Câu 26: Một mặt cầu có bán kính bằng $2r$ thì diện tích của nó bằng

A. $4\pi r^2$.

B. $\frac{4}{3}\pi r^3$.

C. $\frac{32}{3}\pi r^3$.

D. $16\pi r^2$

Lời giải

Chọn D

$$S_{mc} = 4\pi(2r)^2 = 16\pi r^2.$$

Câu 27: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 5i$, khi đó $\overline{z_1 \cdot z_2}$ bằng

A. $-8 - 9i$.

B. $8 - 9i$.

C. $8 + 9i$.

D. $-8 + 9i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overline{z_1 \cdot z_2} = (1 + 2i)(2 + 5i) = -8 + 9i$.

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $y = 5^{2x}$ là

A. $y = 5^{2x} \ln 25$.

B. $y = \frac{5^{2x}}{\ln 5}$.

C. $y = 5^{2x} \ln 5$.

D. $y = \frac{5^{2x}}{\ln 25}$.

Lời giải

Chọn A

$$y = 5^{2x} = 25^x \Rightarrow y' = 25^x \ln 25 = 5^{2x} \ln 25.$$

Câu 29: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

A. 11.

B. 12.

C. 10.

D. 13.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Đạo hàm } y' = 4x^3 - 4x = 4x(x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [0; 2] \\ x = 1 \in [0; 2] \\ x = -1 \notin [0; 2] \end{cases}$$

Ta có $f(0) = 3$, $f(1) = 2$, $f(2) = 11$. Do đó $\max_{[0; 2]} f(x) = 11$ khi $x = 2$.

Câu 30: Chọn ngẫu nhiên hai số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để hai số được chọn có tổng là một số lẻ bằng

A. $\frac{8}{15}$.

B. $\frac{11}{15}$.

C. $\frac{4}{15}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn A

Lấy ra hai số tùy ý từ 15 số có $n(\Omega) = C_{15}^2 = 105$.

Gọi A là biến cố: “hai số được chọn có tổng là một số lẻ”

Suy ra $n(A) = C_7^1 \cdot C_8^1 = 56$.

Xác suất của A là: $P(A) = \frac{56}{105} = \frac{8}{15}$.

Câu 31: Biết rằng $a = \log_2 3$, $b = \log_2 5$. Hãy biểu diễn $\log_{45} 4$ theo a và b

- A. $\frac{a+2b}{2}$. B. $2ab$. C. $\frac{2}{2a+b}$. D. $\frac{2a+b}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\log_{45} 4 = \frac{\log_2 4}{\log_2 45} = \frac{2 \log_2 2}{\log_2 (5 \cdot 3^2)} = \frac{2}{\log_2 3^2 + \log_2 5} = \frac{2}{2 \log_2 3 + \log_2 5} = \frac{2}{2a+b}$$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(3; -1; 2)$, $B(4; -1; -1)$, $C(2; 0; 2)$.

- A. $3x - 3y + z - 14 = 0$ B. $3x - 2y + z - 8 = 0$ C. $3x + 3y + z - 8 = 0$ D. $2x + 3y - z + 8 = 0$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 1; 0)$,

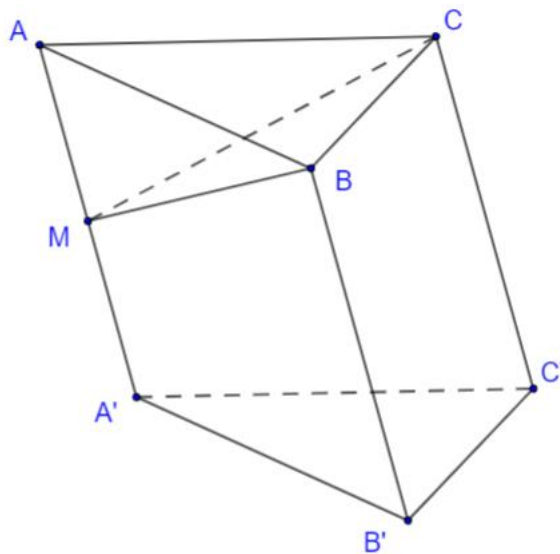
(ABC) đi qua $A(1; 1; 4)$ có vtpt $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; 3; 1)$ có dạng $3x + 3y + z - 8 = 0$.

Câu 33: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng a^3 . Gọi M là trung điểm cạnh AA' . Thể tích của khối chóp $M.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Vì M là trung điểm cạnh AA' nên $h_{M.ABC} = \frac{1}{2} h_{ABC.A'B'C'}$

$$\text{Ta có } V_{M.ABC} = \frac{1}{3} h_{M.ABC} \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} h_{ABC.A'B'C'} \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3}{6}$$

Câu 34: Xét $u = \ln(x+1)$ và $v = x^2$, khi đó $\int_0^1 u dv$ bằng

A. $x^2 \ln(x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 2x \ln(x+1) dx$

B. $x^2 \ln(x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx$.

C. $x^2 \ln(x+1) \Big|_0^1 + \int_0^1 2x \ln(x+1) dx$.

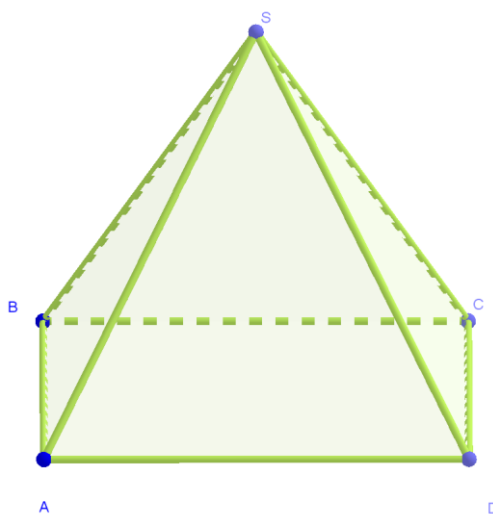
D. $x^2 \ln(x+1) \Big|_0^1 + \int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^1 u dv = uv \Big|_0^1 - \int_0^1 v du = x^2 \ln(x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 x^2 d \ln(x+1) = x^2 \ln(x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx$

Câu 35: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng $2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 30° .

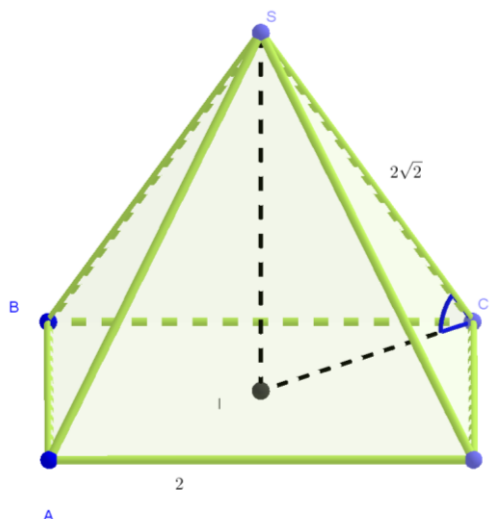
B. 45° .

C. 60° .

D. 90°

Lời giải

Chọn C



Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$

$$IC = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\begin{cases} SC \cap (ABCD) = C \\ SI \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, IC) = SCI$$

$$\cos SCI = \frac{IC}{SC} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow SCI = 60^\circ$$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vector pháp tuyến là $\vec{n}_p$ và $\vec{n}_q$. Biết sin góc giữa hai vector $\vec{n}_p$ và $\vec{n}_q$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng.

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

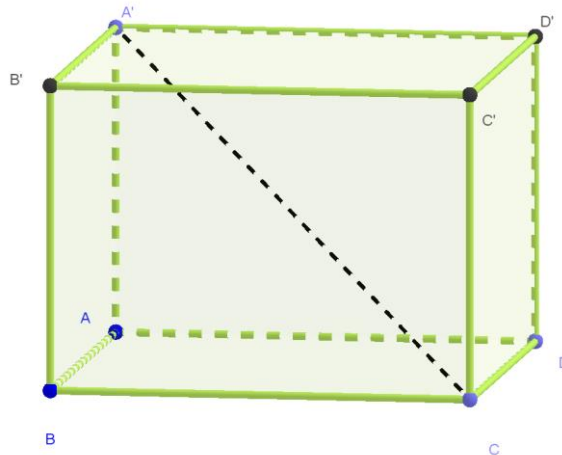
D. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \sin(\vec{n}_p; \vec{n}_q) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cos((P); (Q)) = \left| \cos(\vec{n}_p; \vec{n}_q) \right| = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 37: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $A'A = 2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và AB bằng.

A. $\sqrt{2}$.

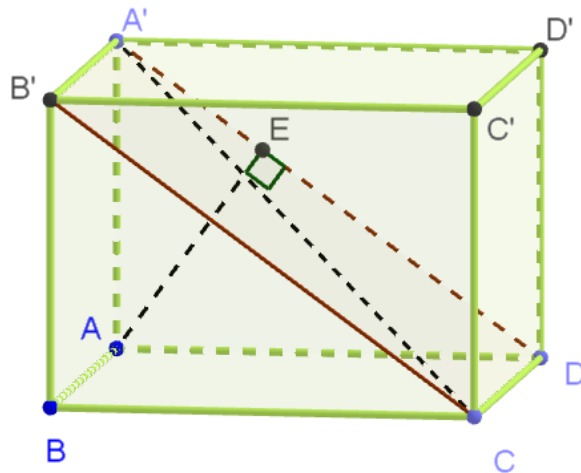
B. 2.

C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AE \perp AD$ tại E

$$d(A'C, AB) = d(A, (A'B'CD)) = AE$$

$$AE = \frac{A'A \cdot AD}{\sqrt{A'A^2 + AD^2}} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 2}{\sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5		-3	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'[f(x) + 2] = 0$ là

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$$

$$f'[f(x) + 2] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) + 2 = -1 \\ f(x) + 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -3 \\ f(x) = 0 \end{cases}$$

$$* f(x) = -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = a (a < -1) \end{cases}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = b (b < -1) \\ x = c (-1 < c < 2) \\ x = d (d > 2) \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm thực phân biệt

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m, (m \geq 2)$ sao cho có không quá 4 số nguyên x thỏa mãn

$$m^{-x} \cdot 3^{x^2} < 1$$

A. 241.

B. 79.

C. 242.

D. 80.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } m^{-x} \cdot 3^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log_3(m^{-x} \cdot 3^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow x^2 - x \log_3 m < 0 \Leftrightarrow 0 < x < \log_3 m$$

Để có không quá 4 số nguyên x thỏa mãn thì $\log_3 m \leq \log_3 3^5 \Rightarrow m \leq 243$.

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow 2 \leq m \leq 243$ nên có 242 giá trị m nguyên.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \ln(x+1), \forall x \in (-1; +\infty)$. Khi $\int_0^1 f(x) dx = 0$ thì $f(0)$

bằng

A. $-\frac{5}{4} + 2\ln 2$.

B. $\frac{3}{4} - 2\ln 2$.

C. $\frac{5}{4} - 2\ln 2$.

D. $-\frac{3}{4} + 2\ln 2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f'(x) = \ln(x+1), \forall x \in (-1; +\infty)$$

$$\Rightarrow f(x) = \int \ln(x+1) dx = x \ln(x+1) - \int x d(\ln(x+1)) = x \ln(x+1) - \int \frac{x}{x+1} dx$$

$$= x \ln(x+1) - \int \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) dx = x \ln(x+1) - x + \ln(x+1) + C$$

Khi đó

$$\int_0^1 f(x) dx = x \cdot f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 x f'(x) dx = f(1) - \int_0^1 x \ln(x+1) dx = f(1) - \frac{1}{2} \left[x^2 \ln(x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx \right]$$

$$= f(1) - \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{2} - x + \ln(x+1) \right) \Big|_0^1 = f(1) - \frac{1}{4}$$

$$\int_0^1 f(x) dx = 0 \Rightarrow f(1) = \frac{1}{4} = 2\ln 2 - 1 + C \Rightarrow C = \frac{5}{4} - 2\ln 2$$

$$\Rightarrow f(x) = x \ln(x+1) - x + \ln(x+1) + \frac{5}{4} - 2\ln 2 \Rightarrow f(0) = \frac{5}{4} - 2\ln 2.$$

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng

$(P): x + y + z - 2 = 0$. Xét điểm M thuộc (P) và điểm N thuộc d sao cho $\overrightarrow{OM} = -2\overrightarrow{ON}$, khi đó MN bằng

A. $\sqrt{21}$.

B. $3\sqrt{105}$.

C. $\sqrt{105}$.

D. $3\sqrt{21}$.

Lời giải

Chọn B

$$N \text{ thuộc } d \Rightarrow N(2a+1; 2-2a; a-1) \Rightarrow \overrightarrow{OM} = -2\overrightarrow{ON} = (-4a-2; 4a-4; 2-2a)$$

$$\Rightarrow M(-4a-2; 4a-4; 2-2a).$$

$$M \text{ thuộc } (P) \Leftrightarrow -2a-6=0 \Leftrightarrow a=-3 \Rightarrow M(10; -16; 8), N(-5; 8; -4) \Rightarrow MN=3\sqrt{105}.$$

Câu 42: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$. Côsin góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng $\frac{1}{2\sqrt{3}}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

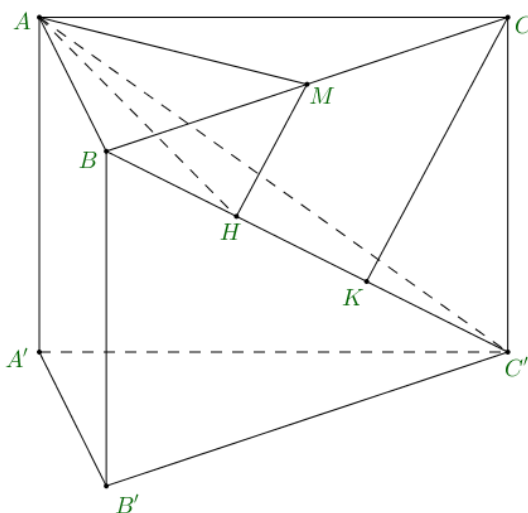
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của BC ; H, K lần lượt là hình chiếu của M, C trên BC' .

Ta có: $(ABC') \cap (BCC'B') = BC'$; $BC' \perp AM, MH \Rightarrow BC' \perp (AMH)$

$$\Rightarrow \left((ABC'), (BCC'B') \right) = AHM \Rightarrow \cos AHM = \frac{1}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \cot AHM = \frac{1}{\sqrt{11}}.$$

Xét tam giác AMH vuông tại M có: $AM = a\sqrt{3}$; $MH = AM \cdot \cot AHM = \frac{1}{\sqrt{11}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$

$$\Rightarrow CK = 2MH = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{11}} \Rightarrow \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CK^2} - \frac{1}{CB^2} = \frac{2}{3a^2} \Rightarrow CC' = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot CC' = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3a^3}{\sqrt{2}}.$$

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - x - 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-20; 20]$ để hàm số $g(x) = f(2x^3 - 3x^2 - 12x + m)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$ là

A. 19.

B. 18.

C. 16.

D. 13.

Lời giải

Chọn D

Ta có ycbt $\Leftrightarrow g'(x) = (6x^2 - 6x - 12) \cdot f'(2x^3 - 3x^2 - 12x + m) \leq 0, \forall x \in [-1; 2]$

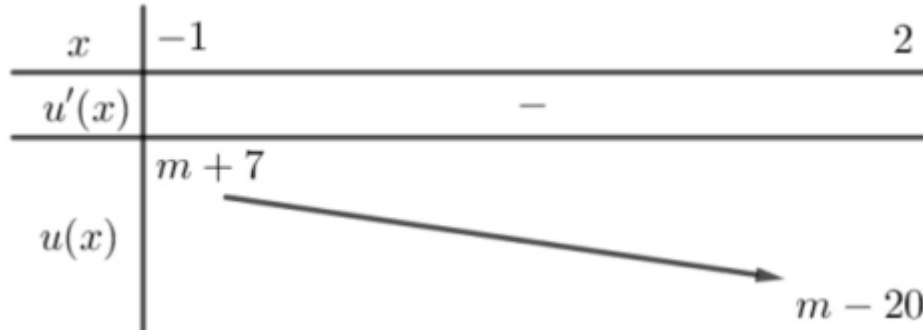
$$\Leftrightarrow f'(2x^3 - 3x^2 - 12x + m) \geq 0, \forall x \in [-1; 2] \quad (*) \text{ do}$$

$$6x^2 - 6x - 12 = 6(x+1)(x-2) \leq 0, \forall x \in [-1; 2]$$

Mặt khác $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$ do đó:

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 - 3x^2 - 12x + m \geq 2 \\ 2x^3 - 3x^2 - 12x + m \leq -1 \end{cases}, \forall x \in [-1; 2] \quad (**)$$

Hàm số $u(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + m$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 2]$ như sau:



$$\text{Vậy } (**) \Leftrightarrow \begin{cases} m - 20 \geq 2 \\ m + 7 \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 22 \\ m \leq -8 \end{cases} \Rightarrow m \in \{-20; \dots; -8\}.$$

Câu 44: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Có bao nhiêu cặp $(a; b)$ để phương trình đã cho có hai nghiệm phức là z_1, z_2 thỏa mãn $(2z_1 + z_2)\bar{z}_1 = 5 + 2\sqrt{2}i$?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Xét $\Delta = a^2 - 4b$

TH1: Nếu $\Delta \geq 0 \Rightarrow z_1, z_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow (2z_1 + z_2)\bar{z}_1 \in \mathbb{R} \neq 5 + 2\sqrt{2}i$ (loại)

TH2. Nếu $\Delta < 0 \Rightarrow z_{1,2} = \frac{-a \pm \sqrt{4b - a^2} \cdot i}{2}$

Khi đó $(2z_1 + z_2) \cdot \bar{z}_1 = 2z_1 \bar{z}_1 + z_2 \bar{z}_1 = 2|z_1|^2 + z_2 \bar{z}_1 = 2b + \frac{1}{4} [a^2 + (4b - a^2) \mp 2a\sqrt{4b - a^2} \cdot i]$

$$= b + \frac{1}{2} a^2 \pm \frac{1}{2} a \sqrt{4b - a^2} \cdot i = 5 + 2\sqrt{2}i \Leftrightarrow \begin{cases} b + \frac{1}{2} a^2 = 5 \quad (1) \\ a \sqrt{4b - a^2} = \pm 4\sqrt{2} \quad (2) \end{cases}$$

Từ (1) $\Rightarrow a^2 = 10 - 2b$, (2) $\Rightarrow a^2(4b - a^2) = 32$

$$\Rightarrow (10 - 2b)(4b - 10 + 2b) = 32 \Leftrightarrow -12b^2 + 80b - 132 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \Rightarrow a^2 = 4 \\ b = \frac{11}{3} \Rightarrow a^2 = \frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow (a, b) = (\pm 2; 3); \left(\pm \sqrt{\frac{8}{3}}; \frac{11}{3} \right).$$

Cách 2. Xét tương tự cách 1, ở TH2 đặt $z_1 = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow z_2 = \bar{z}_1 = x - yi$

Khi đó $(2z_1 + z_2)\bar{z}_1 = 5 + 2\sqrt{2}i \Leftrightarrow [2(x + yi) + (x - yi)](x - yi) = 5 + 2\sqrt{2}i$

$$\Leftrightarrow (3x + yi)(x - yi) = 5 + 2\sqrt{2}i \Leftrightarrow 3x^2 + y^2 - 2xy = 5 + 2\sqrt{2}i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + y^2 = 5 \quad (1) \\ -2xy = 2\sqrt{2} \quad (2) \end{cases}$$

Từ (2) $\Rightarrow y = -\frac{\sqrt{2}}{x}$ thay vào (1) $\Rightarrow 3x^2 + \frac{2}{x^2} = 5 \Leftrightarrow 3x^4 - 5x^2 + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow (x, y) = (-1; \sqrt{2}); (1; -\sqrt{2}); \left(-\sqrt{\frac{2}{3}}; \sqrt{3}\right); \left(\sqrt{\frac{2}{3}}; \sqrt{3}\right)$$

Với mỗi cặp (x, y) theo Viet có $\begin{cases} a = -(z_1 + z_2) = -2x \\ b = z_1 z_2 = x^2 + y^2 \end{cases} \Rightarrow$ có 1 cặp (a, b) tương ứng.

Vậy có 4 cặp (a, b) thỏa mãn.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 4)$. Gọi $(S_1), (S_2)$ là hai mặt cầu có cùng tâm I , bán kính lần lượt là $R_1 = 3$ và $R_2 = \sqrt{33}$. Xét điểm A di động trên (S_1) và ba điểm B, C, D di động trên (S_2) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện bằng

- A.** $36\sqrt{3}$. **B.** $16\sqrt{3}$. **C.** $12\sqrt{3}$. **D.** $48\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A(0; 0; 0), B(a, 0, 0), C(0, b, 0), D(0; 0; c)$ (Để đảm bảo $ABCD$ là một tứ diện vuông tại A) và $I(x, y, z)$ khi đó, từ giả thiết $IA = R_1 = 3$,

$IB = IC = ID = R_2 = \sqrt{33}$ ta có hệ

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ (x-a)^2 + y^2 + z^2 = 33 \\ x^2 + (y-b)^2 + z^2 = 33 \\ x^2 + y^2 + (z-c)^2 = 33 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{a}{2} - \frac{12}{a}; y = \frac{b}{2} - \frac{12}{b}; z = \frac{c}{2} - \frac{12}{c}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{2} - \frac{12}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - \frac{12}{b}\right)^2 + \left(\frac{c}{2} - \frac{12}{c}\right)^2 = 9 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2) + 144\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) = 45$$

$$\text{Ta có } V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} |abc| = t, (t > 0) \Rightarrow a^2 b^2 c^2 = 36t^2$$

Dùng bất đẳng thức $AM - GM$ ta có $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3\sqrt[3]{a^2 b^2 c^2} = 3\sqrt[3]{36t^2}$

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{a^2 b^2 c^2}} = \frac{3}{\sqrt[3]{36t^2}}$$

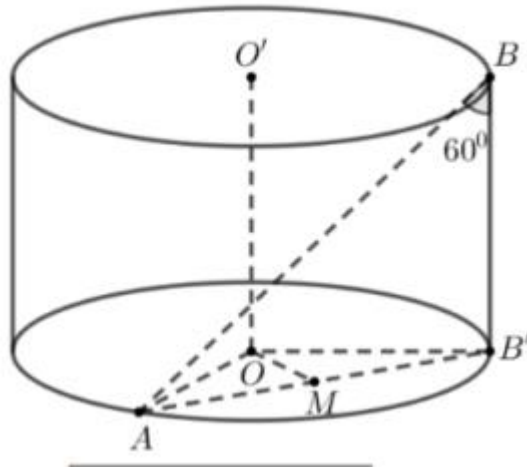
$$\Rightarrow 45 \geq \frac{3}{4} \sqrt[3]{36t^2} + \frac{144 \cdot 3}{\sqrt[3]{36t^2}} \Rightarrow 4\sqrt{3} \leq t \leq 32\sqrt{3} \Rightarrow t_{\max} + t_{\min} = 36\sqrt{3}.$$

Câu 46: Cho khối trụ (T) có bán kính đáy bằng $2a\sqrt{3}$ gọi A, B là 2 điểm nằm trên đường tròn đáy của (T) sao cho khoảng cách và góc giữa AB và trục của (T) bằng $2a$ và 60° . Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A.** $48\sqrt{6}\pi a^3$. **B.** $24\sqrt{2}\pi a^3$. **C.** $16\sqrt{6}\pi a^3$. **D.** $24\sqrt{6}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ đường sinh BB' ; kẻ $OM \perp AB' \Rightarrow OM \perp (ABB')$

khi đó ta có $(AB; OO') = (AB; BB') = ABB' = 60^\circ$

$$d(AB; OO') = d(OO'; (ABB')) = d(O; ABB') = OM = 2a$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = \sqrt{(2a\sqrt{3})^2 - 4a^2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AB = 2AM = 4a\sqrt{2}$$

$$BB' = \frac{AB}{\tan 60^\circ} = \frac{4a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow V = \pi (2a\sqrt{3})^2 \frac{4a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 16\sqrt{6}\pi a^3.$$

Câu 47: Cho đường thẳng $d: y = g(x)$ cắt đồ thị (C) của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + cx + d$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ là $x_0 = -1; x_1; x_2$ và $\int_{x_1}^{x_2} \frac{f(x) - g(x)}{x+1} dx = \frac{-9}{2}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

A. $\frac{71}{6}$.

B. $\frac{37}{12}$.

C. $\frac{27}{4}$.

D. $\frac{45}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Do đường thẳng $d: y = g(x)$ cắt đồ thị (C) của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + cx + d$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ là $x_0 = -1; x_1; x_2$ nên

$$f(x) - g(x) = (x+1)(x-x_1)(x-x_2) \Rightarrow \frac{f(x) - g(x)}{x+1} = (x-x_1)(x-x_2)$$

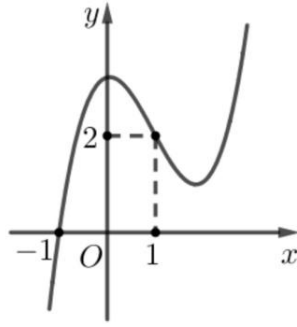
$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{f(x) - g(x)}{x+1} dx = \int_{x_1}^{x_2} (x-x_1)(x-x_2) dx = \frac{(x_1-x_2)^3}{6} = -\frac{9}{2} \Rightarrow x_1 - x_2 = -3$$

$$\text{Mặt khác ta có } -1 + x_1 + x_2 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 3$$

$$\Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 3 \quad f(x) - g(x) = (x+1)x(x-3)$$

$$\text{Diện tích hình phẳng giới hạn bởi } y = f(x) \text{ và } y = g(x) \text{ bằng } \int_{-1}^3 |(x+1)x(x-3)| dx = \frac{71}{6}$$

Câu 48: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị của đạo hàm như hình vẽ:



Trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 5\pi\right)$, hàm số $g(x) = f(\sin x - 1) + \frac{1}{4}\cos 2x$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 6

B. 4

C. 7

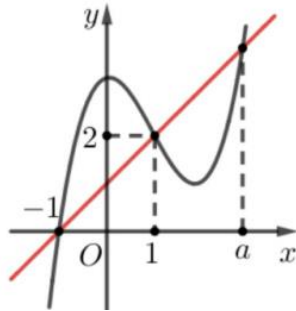
D. 5

Lời giải

Chọn D

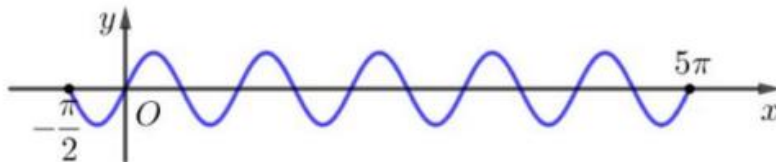
Ta có

$$\begin{aligned} g'(x) &= \cos x \cdot f'(\sin x - 1) - \frac{1}{2} \sin 2x = \cos x [f'(\sin x - 1) - \sin x] \\ &= \cos x [f'(\sin x - 1) - (\sin x - 1 + 1)] \end{aligned}$$



Vẽ thêm đường thẳng $y = x + 1$.

Ta thấy $f'(x) - (x + 1)$ cùng dấu với $(x + 1)(x - 1)(x - a)$, ($a > 1$) nên $g'(x)$ cùng dấu với $\cos x(\sin x - 1 + 1)(\sin x - 1 - 1)(\sin x - 1 - a) = \cos x \sin x \underbrace{(\sin x - 2)(\sin x - (1 + a))}_{>0}$



Vì $\cos x \sin x = \frac{1}{2} \sin 2x$ và $\sin 2x$ đổi dấu từ âm sang dương 5 lần trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 5\pi\right)$ nên hàm số đã cho có 5 điểm cực tiểu.

Câu 49: Có bao nhiêu số nguyên $y \in [-30; 30]$ sao cho ứng với mỗi y tồn tại ít nhất 12 số nguyên x thỏa

$$\text{mãn } (9x^2 + 9) \left(3^{2xy-y} - 3^{x^2-1} \right) \geq \frac{x^2 - 2xy + y - 1}{2xy - y + 2}?$$

A. 49

B. 10

C. 51

D. 12

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đưa về } 3^{2xy-y+2} - 3^{x^2+1} \geq \frac{x^2 - 2xy + y - 1}{(x^2 + 1)(2xy - y + 2)}.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = 2xy - y + 2 \\ b = x^2 + 1 (b \geq 1) \end{cases} \Rightarrow 3^a - 3^b \geq \frac{b-a}{ab} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \Leftrightarrow 3^a - \frac{1}{a} \geq 3^b - \frac{1}{b}. (*)$$

Hàm số $g(t) = 3^t - \frac{1}{t}$ có $g'(t) = 3^t \ln 3 + \frac{1}{t^2} > 0, \forall t \neq 0$ nên đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0); (0; +\infty)$

Trường hợp 1: Nếu $a > 0$ thì $a, b \in (0; +\infty)$. Khi đó $(*) \Leftrightarrow g(a) \geq g(b) \Leftrightarrow a \geq b$.

Trường hợp 2: Nếu $a < 0$ khi đó giả sử tồn tại các số nguyên x, y thỏa mãn đề bài khi đó ta

cũng có $a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} a \leq -1 \\ b \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} g(a) \leq g(-1) = \frac{4}{3} \\ g(b) \geq g(1) = 2 \end{cases}$. Trường hợp này không thỏa mãn $(*)$.

Vậy yêu cầu bài toán xảy ra khi và chỉ khi

$$a \geq b \Leftrightarrow 2xy - y + 2 \geq x^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow (x - y)^2 \leq y^2 - y + 1$$

$$\Leftrightarrow x - y \in \left[-\sqrt{y^2 - y + 1}; \sqrt{y^2 - y + 1} \right].$$

Đoạn $\left[-\sqrt{y^2 - y + 1}; \sqrt{y^2 - y + 1} \right]$ chứa ít nhất 12 số nguyên x khi và chỉ khi đoạn này chứa ít nhất 13 số nguyên là các số $-6, -5, \dots, -1, 0, 1, \dots, 5, 6$.

Tức là ta có $\sqrt{y^2 - y + 1} \geq 6 \Rightarrow y \in \{-30, \dots, -6, 7, \dots, 30\}$.

Câu 50: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2| + |z_1 - 1| + |z_1 - \bar{z}_1 - 2| = 5$ và $|i.z_2 + 3 - 2i| = 2$. Khi $|z_1 - z_2|$ đạt giá trị lớn nhất thì $|i.z_1 + z_2 - 1|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{65}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{185}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{290}}{5}$.

D. $\frac{8\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z_1 = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có

$$|z_1 + 2| + |z_1 - 1| + |z_1 - \bar{z}_1 - 2| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + y^2} + \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{4y^2 + 4} = 5. (*)$$

Nhận thấy

$$VT_{(*)} \geq \sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{4} = |x+2| + |1-x| + 2 \geq |(x+2) + (1-x)| + 2 = 5 = VP_{(*)}.$$

nên

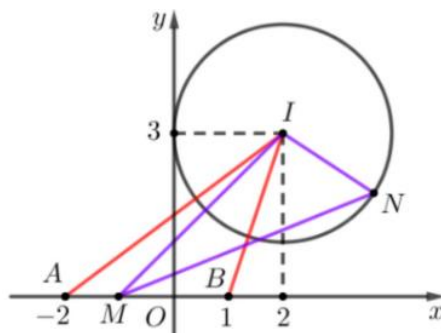
$$\sqrt{(x+2)^2 + y^2} + \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{4y^2 + 4} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ (x+2)(1-x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ -2 \leq x \leq 1 \end{cases}.$$

Vậy $M(z_1)$ thuộc đoạn AB với $A(-2; 0), B(1; 0)$.

Mặt khác

$$|i.z_2 + 3 - 2i| = 2 \Leftrightarrow \left| i \left(z_2 + \frac{3}{i} - 2 \right) \right| = 2 \Leftrightarrow |z_2 - 2 - 3i| = 2.$$

$N(z_2)$ thuộc đường tròn có tâm $I(2; 3), R = 2$.



Khi đó $|z_1 - z_2| = MN \leq IM + IN = IM + R \leq \max\{IA, IB\} + R = \max\{5, \sqrt{10}\} + 2 = 5 + 2 = 7$.

Dấu bằng xảy ra khi $M \equiv A(-2; 0) \Rightarrow z_1 = -2$ và $M \equiv A, I, N$ thẳng hàng theo thứ tự tức là

$$\overrightarrow{IN} = \frac{IN}{AI} \overrightarrow{AI} = \frac{2}{5} (4; 3) \Rightarrow N\left(\frac{18}{5}; \frac{21}{5}\right) \Rightarrow z_2 = \frac{18}{5} + \frac{21}{5}i.$$

$$\text{Khi đó } |i.z_1 + z_2 - 1| = \left| -2i + \frac{18}{5} + \frac{21}{5}i - 1 \right| = \frac{\sqrt{290}}{5}.$$

----- HẾT -----