



Câu 1: Môđun của số phức $z = 3 - 2i$ bằng

- A. $\sqrt{13}$. B. $-\sqrt{3}$. C. -2 . D. 3 .

Câu 2: Công thức tính đúng của tổ hợp chập 3 của 10 là

- A. $C_{10}^3 = \frac{10!}{3!}$. B. $C_{10}^3 = \frac{10!}{7!}$. C. $C_{10}^3 = \frac{10!}{3!7!}$. D. $C_{10}^3 = \frac{10!}{3 \cdot 7}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	8	3	5	$-\infty$

- A. 8. B. 3. C. 2. D. 5.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; -1)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 5: Cho hình trụ có chu vi của một đường tròn đáy bằng c , đường cao bằng h . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. ch . B. $\frac{1}{2}ch$. C. $\frac{1}{3}ch$. D. $2ch$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây không thuộc (Oxy) ?

- A. $Q(1;1;0)$. B. $M(1;0;0)$. C. $P(0;1;0)$. D. $N(0;0;1)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2z - 1 = 0$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(Q): 3x + 3y + 6z - 1 = 0$. B. $(P): 2x + 2y + 4z - 2 = 0$.
C. $(R): x + y - z - 1 = 0$. D. $(S): -x - y - 2z + 1 = 0$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $4^{5x-1}=16$ là

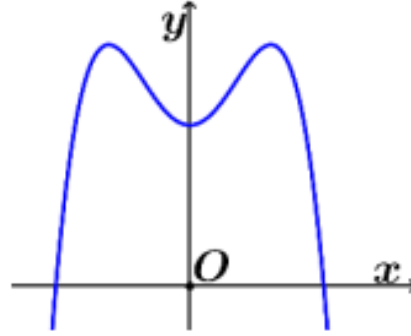
A. $x=\frac{3}{5}$.

B. $x=1$.

C. $x=\frac{5}{3}$.

D. $x=2$.

Câu 9: Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây



A. $y=x^3+2x^2+2$.

B. $y=-x^3+x^2+2$.

C. $y=x^4-2x^2+2$.

D. $y=-x^4+2x^2+2$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y=\ln(3-x)$ là

A. $(3;+\infty)$.

B. $(-\infty;3)$.

C. $(-\infty;3]$.

D. $(0;3)$.

Câu 11: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=e^x$ trên đoạn $[-1;1]$ là

A. 1.

B. 0.

C. e .

D. $\frac{1}{e}$.

Câu 12: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ với trục hoành là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Câu 13: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+x+1$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $x^3+\frac{x^2}{2}+x+C$.

B. x^3+x^2+x+C .

C. $3x^3+x^2+x+C$.

D. $3x^3+\frac{x^2}{2}+x+C$.

Câu 14: Đạo hàm của hàm số $y=2^{x+1}$ là

A. $y'=2^x \ln 2$.

B. $y'=(x+1)2^x$.

C. $y'=\frac{2^{x+1}}{\ln 2}$.

D. $y'=2^{x+1} \ln 2$.

Câu 15: Cho dãy (u_n) là một cấp số nhân, biết $u_1=3, u_2=6$. Khi đó giá trị u_5 là

A. 72.

B. 48.

C. 8.

D. -48.

Câu 16: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 17: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+3}{x-1}$ là đường thẳng

A. $x=-\frac{3}{2}$.

B. $y=1$.

C. $x=1$.

D. $y=2$.

Câu 18: Diện tích mặt cầu có đường kính bằng d được tính theo công thức

A. πd^2 .

B. $4\pi d^2$.

C. $2\pi d^2$.

D. $\frac{1}{2}\pi d^2$.

Câu 19: Phần ảo của số phức $z = (1+i)(2-i)$ là

- A. -1. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 20: Rút gọn biểu thức $P = a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{a}$ với $a > 0$ ta được

- A. $P = a^{\frac{11}{6}}$. B. $P = a^{\frac{9}{2}}$. C. $P = a^{\frac{1}{2}}$. D. $P = a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 21: Tính thể tích khối chóp có đường cao bằng 3, diện tích đáy bằng 4

- A. 12. B. 4. C. 24. D. 6.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của Δ

- A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 1t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

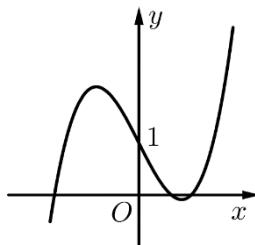
Câu 23: Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2$, $\int_{-1}^0 f(x) dx = 5$. Khi đó giá trị $\int_0^1 (2f(x) + 1) dx$ bằng

- A. -6. B. 6. C. -5. D. 7.

Câu 24: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa BC' và $(A'B'C'D')$ là

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 25: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, phương trình $f(x^2) = 1$ có bao nhiêu nghiệm?



- A. 5. B. 3. C. 2. D. 6

Câu 26: Có 6 bạn nam trong đó có Hoàng và 3 bạn nữ xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất để không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau và Hoàng đứng ở ngoài cùng bằng

- A. $\frac{10}{21}$. B. $\frac{5}{126}$. C. $\frac{5}{21}$. D. $\frac{5}{63}$.

Câu 27: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ và $y = x - 1$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{9}{2}$. C. 1. D. $-\frac{9}{2}$.

Câu 28: Cho $\log_a b = 2$, $\log_b c = 3$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_c (a^2 b)$ là

- A. 6. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 29: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \sin x$. Biết $F(0) = 1$, giá trị $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. 0. B. 2. C. $1 + \frac{\pi}{2}$. D. -1.

- Câu 30:** Cho phương trình bậc hai $z^2 + bz + c = 0$, trong đó b, c là các số thực. Với giá trị nào của b thì phương trình đã cho nhận số phức $3 + 2i$ làm nghiệm?
A. -5 . **B.** 6 . **C.** -6 . **D.** 5 .
- Câu 31:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$. Viết phương trình mặt phẳng (α) tiếp xúc với (S) tại điểm $M(0; 3; 0)$.
A. $x - 2y + 2z - 12 = 0$. **B.** $x + 4y + 2z - 12 = 0$. **C.** $x - 2y + 2z + 6 = 0$. **D.** $x + 2y + 2z - 6 = 0$.
- Câu 32:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ A đến (SCD) .
A. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{4}$.
- Câu 33:** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết rằng $AB = AA' = a, AC = \sqrt{3}a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.
- Câu 34:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $M(1; 2; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y + 1 = 0$ có phương trình là
A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$.
- Câu 35:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.
- | | | | | | | | |
|---------|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | | 1 | | 3 | | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | | 0 | ↗ | | 7 |
| | | ↘ | | | ↘ | | $-\infty$ |
- Số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 3 = 0$ là
A. 6 . **B.** 3 . **C.** 4 . **D.** 5 .
- Câu 36:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = x(x-1)^2(x+2)$. Khi đó, hàm số $y = f(-2x)$ đạt cực đại tại
A. $x = -\frac{1}{2}$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -1$.
- Câu 37:** Cho hình nón có đường sinh bằng 2 , góc ở đỉnh bằng 120° . Thể tích của khối nón đó bằng
A. $\sqrt{3}\pi$. **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$. **C.** 3π . **D.** π .
- Câu 38:** Có bao nhiêu số nguyên a để tồn tại số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 16$ và $|iz - 4| = a$?
A. 10 . **B.** 5 . **C.** 9 . **D.** 6 .
- Câu 39:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $g(x) = f'(x^3 + 2)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	3	$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

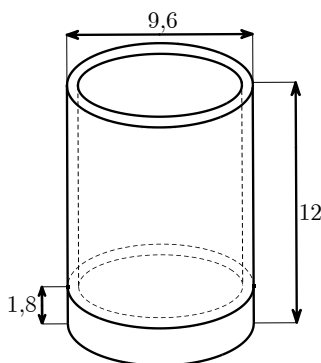
Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-2023; 2023]$ để hàm số $y = f(x-m)$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$?

A. 2017. B. 2020. C. 2019. D. 2018.

Câu 40: Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + (2m^2 - m + 1)x + m^2 - 3m$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-\infty; 0]$ bằng -2 . Tích các phần tử của S bằng

A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 41: Cần bao nhiêu thủy tinh để làm một chiếc cốc hình trụ có chiều cao bằng 12 cm, đường kính đáy bằng 9,6 cm (tính từ mép ngoài cốc), đáy cốc dày 1,8 cm, thành xung quanh cốc dày 0,24 cm (tính gần đúng đến hai chữ số thập phân)?



A. 64,39 cm³. B. 202,27 cm³. C. 212,31 cm³. D. 666,97 cm³.

Câu 42: Vào cuối năm 2022, báo Rossiyskaya Gazeta dẫn lời Bộ trưởng Tài nguyên Nga cảnh báo nước này sẽ cạn kiệt dầu mỏ sau 28 năm nữa nếu sản lượng khai thác hằng năm vẫn giữ như năm 2022. Bắt đầu từ năm 2023, nếu nước Nga mỗi năm giảm sản lượng khai thác 2% so với năm trước thì sau bao nhiêu năm nữa nước này cạn kiệt dầu mỏ (chọn phương án có kết quả gần nhất với tính toán của bạn)?

A. 48. B. 30. C. 42. D. 36.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + by + cz + d = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + 2y + 3z + 4 = 0$ và chứa giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x + 3y + z - 7 = 0$, $(Q): x - y + z + 1 = 0$. Khi đó d bằng

A. 3. B. 1. C. -3. D. -1.

Câu 44: Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = 1$, tang của góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABB'A')$ bằng 2. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. 5. B. 3. C. $5\sqrt{5}$. D. $3\sqrt{3}$.

Câu 45: Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(\sin x + 1) = \cos x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$, khi đó tích phân $\int_1^{\frac{3}{2}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{-\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{8}$.

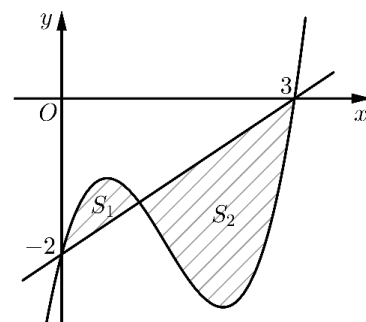
Câu 46: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\frac{1}{2} \log_2 \frac{x}{4} + \log_2 y = \frac{4 - xy^2}{y^2}$. Khi $x + 4y$ đạt giá trị nhỏ nhất,

giá trị $\frac{x}{y}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. 2.

Câu 47: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$. Đường thẳng $y = ax + b$ tạo với đường $y = f(x)$ hai miền phẳng có diện tích là S_1, S_2 (hình vẽ bên). Biết $S_1 = \frac{5}{12}$ và $\int_0^1 (1 - 2x) f'(3x) dx = -\frac{1}{2}$, giá trị của S_2 bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{19}{4}$.
C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{13}{6}$.



Câu 48: Xét các số phức z, w, u thỏa mãn $|z| = 1, |w| = 2, |u| = 3$ và $|z + w - u| = |u + z - w|$. Giá trị lớn nhất của $|z - u|$ bằng

- A. $\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $\sqrt{14}$. D. 4.

Câu 49: Cho hai hàm số $f(x) = 2x^3 - 9x^2$ và $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + m$ (m là tham số). Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $h(x) = f(g(x))$ có đúng 6 điểm cực trị?

- A. 23. B. 21. C. 6. D. 4.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3; 4; 4), B(1; 2; 3), C(5; 0; -1)$. Điểm M thay đổi trong không gian thỏa mãn $ABM = AMC = 90^\circ$. Mặt phẳng (α) đi qua B và vuông góc với AC cắt AM tại N . Khoảng cách từ N đến (ABC) có giá trị lớn nhất bằng:

- A. $\frac{4\sqrt{10}}{5}$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$. D. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	B	C	A	D	A	A	D	B	C	D	A	D	B	D	C	A	B	A	B	A	C	A	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	D	B	C	C	A	A	B	C	C	D	A	D	D	B	C	A	B	D	D	A	C	C	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Môđun của số phức $z = 3 - 2i$ bằng

A. $\sqrt{13}$.

B. $-\sqrt{3}$.

C. -2 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $|3 - 2i| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$.

Câu 2: Công thức tính đúng của tổ hợp chập 3 của 10 là

A. $C_{10}^3 = \frac{10!}{3!}$.

B. $C_{10}^3 = \frac{10!}{7!}$.

C. $C_{10}^3 = \frac{10!}{3!7!}$.

D. $C_{10}^3 = \frac{10!}{3.7}$.

Lời giải

Chọn C

Tổ hợp chập 3 của 10 là $C_{10}^3 = \frac{10!}{3!.7!}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	8	3	5	$-\infty$

A. 8 .

B. 3 .

C. 2 .

D. 5 .

Lời giải

Chọn B

Giá trị cực tiểu của hàm số là 3.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty; -1)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 5: Cho hình trụ có chu vi của một đường tròn đáy bằng c , đường cao bằng h . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. ch .

B. $\frac{1}{2}.ch$.

C. $\frac{1}{3}.ch$.

D. $2.ch$.

Lời giải

Chọn A

Chu vi đáy $2\pi r = c \Rightarrow r = \frac{c}{2\pi}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot \frac{c}{2\pi} \cdot h = c.h$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây không thuộc (Oxy) ?

A. $Q(1;1;0)$.

B. $M(1;0;0)$.

C. $P(0;1;0)$.

D. $N(0;0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng (Oxy) là $z = 0$.

Ta thấy điểm $N(0;0;1)$ có $z_N = 1 \neq 0$ nên điểm $N(0;0;1)$ không thuộc (Oxy) .

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2z - 1 = 0$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(Q): 3x + 3y + 6z - 1 = 0$.

B. $(P): 2x + 2y + 4z - 2 = 0$.

C. $(R): x + y - z - 1 = 0$. D. $(S): -x - y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(Q): 3x + 3y + 6z - 1 = 0$ vì $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \neq \frac{-1}{-1}$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $4^{5x-1} = 16$ là

A. $x = \frac{3}{5}$.

B. $x = 1$.

C. $x = \frac{5}{3}$.

D. $x = 2$.

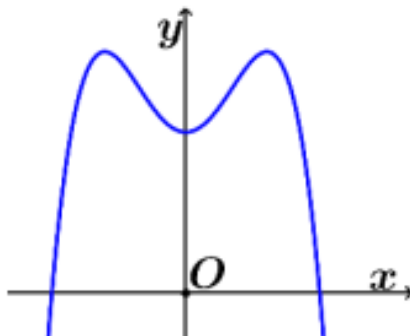
Lời giải

Chọn A

Ta có $4^{5x-1} = 16 \Leftrightarrow 4^{5x-1} = 4^2 \Leftrightarrow 5x - 1 = 2 \Leftrightarrow x = \frac{3}{5}$.

Nghiệm của phương trình $4^{5x-1} = 16$ là $x = \frac{3}{5}$.

Câu 9: Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây



A. $y = x^3 + 2x^2 + 2$.

B. $y = -x^3 + x^2 + 2$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn D

Đường cong là đồ thị của hàm số có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$. Do đó loại phương án A và

B.

Lại có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên $a < 0$. Do đó loại phương án **C.**

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = \ln(3-x)$ là

- A.** $(3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 3)$. **C.** $(-\infty; 3]$. **D.** $(0; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $3-x > 0 \Leftrightarrow x < 3$.

Tập xác định của hàm số $y = \ln(3-x)$ là $(-\infty; 3)$.

Câu 11: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = e^x$ trên đoạn $[-1; 1]$ là

- A.** 1. **B.** 0. **C.** e . **D.** $\frac{1}{e}$.

Lời giải

Chọn C

$y' = e^x > 0, \forall x \Rightarrow \max_{[-1;1]} y = y(1) = e$.

Câu 12: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ với trục hoành là

- A.** 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$ nên số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$

với trục hoành là 3.

Câu 13: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + x + 1$ trên $\mathbb{R}$ là

- A.** $x^3 + \frac{x^2}{2} + x + C$. **B.** $x^3 + x^2 + x + C$. **C.** $3x^3 + x^2 + x + C$. **D.** $3x^3 + \frac{x^2}{2} + x + C$.

Lời giải

Chọn A

Câu 14: Đạo hàm của hàm số $y = 2^{x+1}$ là

- A.** $y' = 2^x \ln 2$. **B.** $y' = (x+1)2^x$. **C.** $y' = \frac{2^{x+1}}{\ln 2}$. **D.** $y' = 2^{x+1} \ln 2$.

Lời giải

Chọn D

Câu 15: Cho dãy (u_n) là một cấp số nhân, biết $u_1 = 3, u_2 = 6$. Khi đó giá trị u_5 là

- A.** 72. **B.** 48. **C.** 8. **D.** -48.

Lời giải

Chọn B

Công bội $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{3} = 2$.

$u_5 = u_1 q^4 = 3 \cdot 2^4 = 48$.

Câu 16: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$ có $a.b < 0$ nên đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 17: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là đường thẳng

- A. $x = -\frac{3}{2}$. B. $y = 1$. C. $x = 1$. D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là đường thẳng $x = 1$.

Câu 18: Diện tích mặt cầu có đường kính bằng d được tính theo công thức

- A. πd^2 . B. $4\pi d^2$. C. $2\pi d^2$. D. $\frac{1}{2}\pi d^2$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu có đường kính bằng d có bán kính $R = \frac{d}{2}$ có diện tích là: $s = 4\pi R^2 = \pi d^2$.

Câu 19: Phần ảo của số phức $z = (1+i)(2-i)$ là

- A. -1 . B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z = (1+i)(2-i) = 2 + 2i - i - i^2 = 3 + i$. Phần ảo của z là: 1.

Câu 20: Rút gọn biểu thức $P = a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{a}$ với $a > 0$ ta được

- A. $P = a^{\frac{11}{6}}$. B. $P = a^{\frac{9}{2}}$. C. $P = a^{\frac{1}{2}}$. D. $P = a^{\frac{7}{6}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P = a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{a} = a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{11}{6}}$.

Câu 21: Tính thể tích khối chóp có đường cao bằng 3, diện tích đáy bằng 4

- A. 12. B. 4. C. 24. D. 6.

Lời giải

Chọn B

$V = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 4 = 4$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của Δ

A. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=-2+2t \\ z=-3+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=3+t \\ y=2+2t \\ z=1+3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Câu 23: Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-1}^1 f(x)dx = 2, \int_{-1}^0 f(x)dx = 5$. Khi đó giá trị $\int_0^1 (2f(x)+1)dx$

bằng

A. -6.

B. 6.

C. -5.

D. 7.

Lời giải

Chọn C

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx \Rightarrow \int_0^1 f(x)dx = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_{-1}^0 f(x)dx = 2 - 5 = -3.$$

$$\int_0^1 (2f(x)+1)dx = \int_0^1 2f(x)dx + \int_0^1 1dx = 2 \int_0^1 f(x)dx + 1 = -5.$$

Câu 24: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa BC' và $(A'B'C'D')$ là

A. 45° .

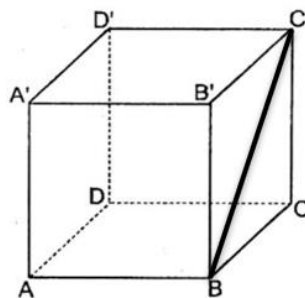
B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

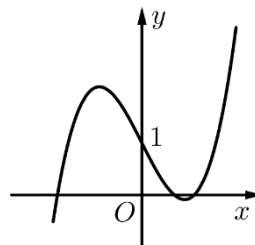
Lời giải

Chọn A



$(BC', (A'B'C'D')) = (BC', B'C') = \angle BC'B = 45^\circ$ vì tam giác $BC'B$ vuông cân tại C' .

Câu 25: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, phương trình $f(x^2) = 1$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 6

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm có hoành độ là $a, 0, b$ ($a < 0 < b$).

$$\text{Suy ra: } f(x^2) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = a & (1) \\ x^2 = 0 & (2) \\ x^2 = b & (3) \end{cases}$$

Số nghiệm của phương trình (1), (2), (3) lần lượt là 0, 1, 2.

Câu 26: Có 6 bạn nam trong đó có Hoàng và 3 bạn nữ xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất để không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau và Hoàng đứng ở ngoài cùng bằng

- A. $\frac{10}{21}$. B. $\frac{5}{126}$. C. $\frac{5}{21}$. D. $\frac{5}{63}$.

Lời giải

Chọn D

✓ Số cách xếp tùy ý 9 bạn thành hàng ngang là $9! \Rightarrow n(\Omega) = 9!$

✓ Số cách xếp sao cho không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau và Hoàng đứng ở ngoài cùng:

- Xếp 6 bạn nam thành một hàng ngang sao cho Hoàng đứng ở ngoài cùng, có $2.5!$ cách.

- Xếp 3 bạn nữ vào 6 khoảng trống tạo bởi 6 bạn nam đã được xếp, trừ khoảng trống ngoài cùng bên cạnh Hoàng, có A_6^3 cách.

Vậy số cách xếp để không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau và Hoàng đứng ở ngoài cùng bằng: $2.5!.A_6^3$. Suy ra, xác suất để không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau và Hoàng đứng ở ngoài

$$\text{cùng bằng: } \frac{2.5!.A_6^3}{n(\Omega)} = \frac{2.5!.A_6^3}{9!} = \frac{5}{63}.$$

Câu 27: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ và $y = x - 1$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{9}{2}$. C. 1. D. $-\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét phương trình: } x^2 - 4x + 3 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Suy ra, diện tích hình phẳng đã cho bằng:

$$\int_1^4 |(x^2 - 4x + 3) - (x - 1)| dx = \int_1^4 |x^2 - 5x + 4| dx = \int_1^4 (-x^2 + 5x - 4) dx = \frac{9}{2}.$$

Câu 28: Cho $\log_a b = 2$, $\log_b c = 3$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_c (a^2 b)$ là

- A. 6. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_c (a^2 b) = \frac{\log_b (a^2 b)}{\log_b c} = \frac{2\log_b a + 1}{\log_b c} = \frac{\frac{2}{\log_a b} + 1}{\log_b c} = \frac{2}{3}.$$

Câu 29: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \sin x$. Biết $F(0) = 1$, giá trị $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. 0. B. 2. C. $1 + \frac{\pi}{2}$. D. -1.

Lời giải**Chọn B**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}.$$

$$F(x) = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + C.$$

$$\text{Mà } F(0) = 1 \Rightarrow C = 1, \text{ suy ra } F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2.$$

Câu 30: Cho phương trình bậc hai $z^2 + bz + c = 0$, trong đó b, c là các số thực. Với giá trị nào của b thì phương trình đã cho nhận số phức $3 + 2i$ làm nghiệm?

A. -5.

B. 6.

C. -6.

D. 5.

Lời giải**Chọn C**

Phương trình có một nghiệm $z_1 = 3 + 2i \Rightarrow$ nghiệm còn lại là $z_2 = 3 - 2i$.

Theo định lí Viét $z_1 + z_2 = -b \Rightarrow b = -6$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$. Viết phương trình mặt phẳng (α) tiếp xúc với (S) tại điểm $M(0; 3; 0)$.

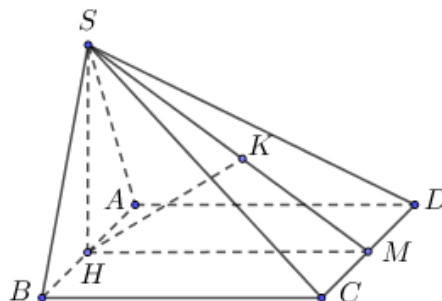
A. $x - 2y + 2z - 12 = 0$.B. $x + 4y + 2z - 12 = 0$.C. $x - 2y + 2z + 6 = 0$.D. $x + 2y + 2z - 6 = 0$.**Lời giải****Chọn C**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 2)$ và bán kính $R = 3$.

Phương trình mặt phẳng (α) qua điểm $M(0; 3; 0)$ có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{MI} = (1; -2; 2)$ là

$$1.(x-0) - 2.(y-3) + 2.(z-0) = 0 \Rightarrow (\alpha): x - 2y + 2z + 6 = 0.$$

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ A đến (SCD) .

A. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.C. $\frac{\sqrt{3}a}{7}$.D. $\frac{\sqrt{2}a}{4}$.**Lời giải****Chọn A**

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Kẻ $HM \perp CD$ tại điểm M .

Ta có $SA \perp CD \Rightarrow CD \perp (SHM)$.

Mà $CD \subset (SCD) \Rightarrow (SHM) \perp (SCD)$ theo giao tuyến SM .

Trong mặt phẳng (SHM) , kẻ $HK \perp SM \Rightarrow HK \perp (SCD)$.

$$\text{Vì } AB // (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = d(H, (SCD)) = HK = \frac{SH \cdot HM}{\sqrt{SH^2 + HM^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 33: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết rằng $AB = AA' = a, AC = \sqrt{3}a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = AA' \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}.$$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $M(1; 2; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y + 1 = 0$ có phương trình là

- A.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \Delta \perp (\alpha) \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = \vec{n}_{\alpha} = (3; 2; 0).$$

$$\text{Vậy } \Delta \text{ đi qua } M(1; 2; -3) \text{ và có VTCP } \vec{u}_{\Delta} = (3; 2; 0) \text{ nên } \Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 \end{cases}.$$

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$		0		7	$-\infty$

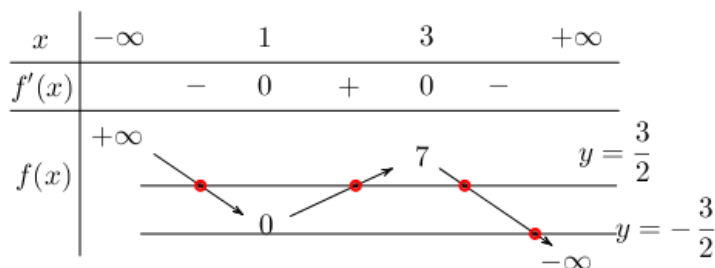
Số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 3 = 0$ là

- A.** 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 2|f(x)| - 3 = 0 \Leftrightarrow |f(x)| = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{3}{2} \\ f(x) = -\frac{3}{2} \end{cases}.$$



Tương giao 2 đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ và $y = -\frac{3}{2}$ lên bảng biến thiên ta được số nghiệm của phương trình đã cho là 4.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = x(x-1)^2(x+2)$. Khi đó, hàm số $y = f(-2x)$ đạt cực đại tại

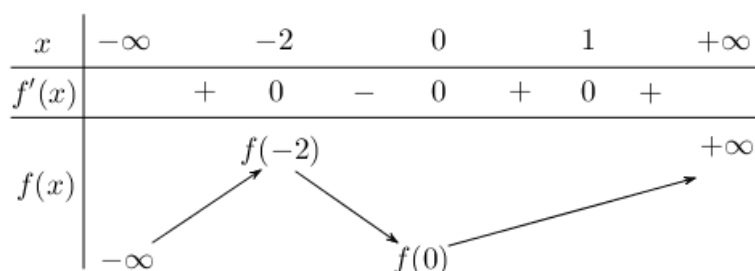
- A. $x = -\frac{1}{2}$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

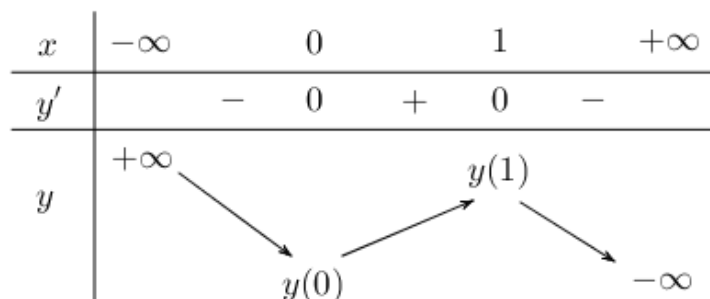
Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)^2(x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \text{ (boichan)} \\ x = -2 \end{cases}$. Khi đó ta có bảng biến thiên của hàm

số $y = f(x)$ như sau



Xét $y = f(-2x)$, ta có $y' = -2f'(-2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x = -2 \\ -2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \end{cases}$.

Khi đó, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(-2x)$ như sau



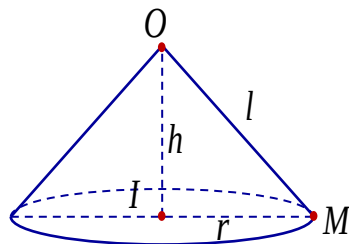
Vậy hàm số $y = f(-2x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 37: Cho hình nón có đường sinh bằng 2, góc ở đỉnh bằng 120° . Thể tích của khối nón đó bằng

- A. $\sqrt{3}\pi$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$. C. 3π . D. π .

Lời giải

Chọn D



Vì góc ở đỉnh bằng 120° nên $IOM = 60^\circ$. Trong tam giác vuông IOM ta có

$$r = l \sin 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$h = l \cos 60^\circ = 1$$

Thể tích của hình nón là $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3 \cdot 1 = \pi$.

Câu 38: Có bao nhiêu số nguyên a để tồn tại số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 16$ và $|iz - 4| = a$?

A. 10.

B. 5.

C. 9.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Ta có $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 16 \Leftrightarrow 2|x| + 2|y| = 16 \Leftrightarrow |x| + |y| = 8$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 8(d_1), & \text{khi } x \geq 0; y \geq 0 \\ x - y = 8(d_2), & \text{khi } x \geq 0; y \leq 0 \\ -x - y = 8(d_3), & \text{khi } x \leq 0; y \leq 0 \\ -x + y = 8(d_4), & \text{khi } x \leq 0; y \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

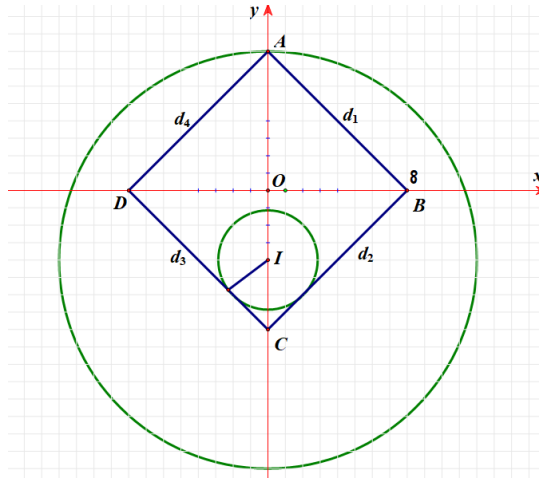
Hay điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z nằm trên các cạnh của hình vuông ABCD như hình.

$$\text{Lại có } |iz - 4| = a \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ |-y - 4 + xi| = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ x^2 + (y + 4)^2 = a^2 \end{cases} \quad (2)$$

TH1: nếu $a = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -4 \end{cases}$ không thỏa mãn điều kiện (1) (loại).

TH2: Nếu $a > 0$ điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z nằm trên đường tròn tâm $I(0; -4)$ bán kính a .

Để tồn tại số phức z thỏa cả hai điều kiện (1) và (2) thì hình vuông ABCD và đường tròn $(I; a)$ phải có điểm chung



Do đó $d(I; d_3) \leq a \leq IA \Leftrightarrow 2\sqrt{2} \leq a \leq 12 \Rightarrow a \in \{3; 4; 5; \dots; 12\}$

Vậy có 10 số nguyên thỏa mãn.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $g(x) = f'(x^3 + 2)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	3	$+\infty$				
$g(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0	+

Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-2023; 2023]$ để hàm số $y = f(x - m)$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$?

A. 2017.

B. 2020.

C. 2019.

D. 2018.

Lời giải

Chọn D

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3 + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(-6) = 0 \\ f'(2) = 0 \\ f'(10) = 0 \\ f'(29) = 0 \end{cases}, \text{ suy ra } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ x = 2 \\ x = 10 \\ x = 29 \end{cases}.$$

Xét hàm số $h(x) = f(x - m) \Rightarrow h'(x) = f'(x - m)$

$$\text{Ta có } h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - m = -6 \\ x - m = 2 \\ x - m = 10 \\ x - m = 29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m - 6 \\ x = m + 2 \\ x = m + 10 \\ x = m + 29 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu theo khoảng như sau

(với $h'(m) = f'(0) = g(-\sqrt[3]{2}) < 0$)

x	$-\infty$	$m-6$			$m+2$		$m+10$		$m+29$		$+\infty$
$h'(x)=f(x-m)$	+	0	-	0	+	0	-	0	+		

Để hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ thì $m - 6 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 6$

Suy ra $m \in \{6; 7; 8; \dots; 2023\}$, vậy có 2018 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 40: Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + (2m^2 - m + 1)x + m^2 - 3m$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-\infty; 0]$ bằng -2 . Tích các phần tử của S bằng

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

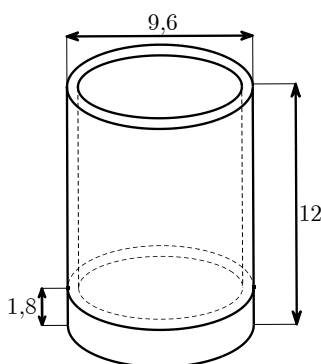
Ta có: $y' = 3x^2 + 2mx + 2m^2 - m + 1$.

Vì y' có $a = 3 > 0$ và $\Delta_{y'} = m^2 - 3(2m^2 - m + 1) = -5m^2 + 3m - 3 < 0, \forall m \in \mathbb{R}$ do đó hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$, do đó $\max_{(-\infty; 0]} y = y(0) = m^2 - 3m$.

Theo đề bài, ta có: $m^2 - 3m = -2 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$ suy ra $S = \{1; 2\}$.

Vậy tích các phần tử của tập S bằng $2.1 = 2$.

Câu 41: Cần bao nhiêu thủy tinh để làm một chiếc cốc hình trụ có chiều cao bằng 12 cm, đường kính đáy bằng 9,6 cm (tính từ mép ngoài cốc), đáy cốc dày 1,8 cm, thành xung quanh cốc dày 0,24 cm (tính gần đúng đến hai chữ số thập phân)?



A. 64,39 cm³.

B. 202,27 cm³.

C. 212,31 cm³.

D. 666,97 cm³.

Lời giải

Chọn B

Gọi $V_1; V_2$ lần lượt là thể tích của chiếc cốc thủy tinh và thể tích của khối lượng chất lỏng mà cốc có thể đựng.

Ta có: $V_1 = 12 \cdot \pi \cdot 4,8^2 = \frac{6912}{25} \pi$ (cm³)

$V_2 = (12 - 1,8) \cdot \pi \cdot \left(\frac{9,6 - 2 \cdot 0,24}{2} \right)^2 \approx 666,32$ (cm³)

Vậy khối lượng thủy tinh cần sử dụng là: $\frac{6912}{25} \pi - 666,32 \approx 202,27$ (cm³).

Câu 42: Vào cuối năm 2022, báo Rossiyskaya Gazeta dẫn lời Bộ trưởng Tài nguyên Nga cảnh báo nước này sẽ cạn kiệt dầu mỏ sau 28 năm nữa nếu sản lượng khai thác hằng năm vẫn giữ như năm 2022. Bắt đầu từ năm 2023, nếu nước Nga mỗi năm giảm sản lượng khai thác 2% so với năm trước thì sau bao nhiêu năm nữa nước này cạn kiệt dầu mỏ (chọn phương án có kết quả gần nhất với tính toán của bạn)?

A. 48.

B. 30.

C. 42.

D. 36.

Lời giải

Chọn C

Gọi S (tỷ tấn) là sản lượng dầu mỏ còn lại của Nga trên thực tế tính từ cuối năm 2022.

x (tỷ tấn) là sản lượng khai thác hằng năm như năm 2022.

Theo đề bài, ta có: $S = 28x$ (tỷ tấn).

Gọi n là số năm khai thác còn lại với sản lượng khai thác thay đổi hằng năm tính từ 2023.

Lượng khai thác mỗi năm tính từ năm 2023 là: $x \cdot \frac{(1-2\%)^n - 1}{(1-2\%) - 1} = \frac{0,98^n - 1}{-0,02} x$ (tỷ tấn).

Đến khi khai thác hết, ta có: $\frac{0,98^n - 1}{-0,02} x = 28x \Leftrightarrow n = \log_{0,98}(1 - 0,02 \cdot 28) \approx 40,64$.

Do đó, chọn đáp án. **C.**

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + by + cz + d = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + 2y + 3z + 4 = 0$ và chứa giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x + 3y + z - 7 = 0$, $(Q): x - y + z + 1 = 0$. Khi đó d bằng

- A.** 3. **B.** 1. **C.** -3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Ta có VTPT của $(\beta), (P), (Q)$ lần lượt là $\vec{n}_1(1; 2; 3), \vec{n}_2(1; 3; 1), \vec{n}_3(1; -1; 1)$.

Khi đó $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}_1, [\vec{n}_2, \vec{n}_3]] = (-8; 16; -8) = -8(1; -2; 1)$.

Gọi $A(x; y; z) \in d$ là giao tuyến của (P) và (Q) , khi đó tọa độ điểm A thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x + 3y + z - 7 = 0 \\ x - y + z + 1 = 0 \end{cases}. \text{ Cho } x = 0 \text{ ta có } \begin{cases} 3y + z - 7 = 0 \\ -y + z + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}, \text{ khi đó } A(0; 2; 1)$$

Do (α) chứa giao tuyến của (P) và (Q) nên (α) đi qua $A(0; 2; 1)$.

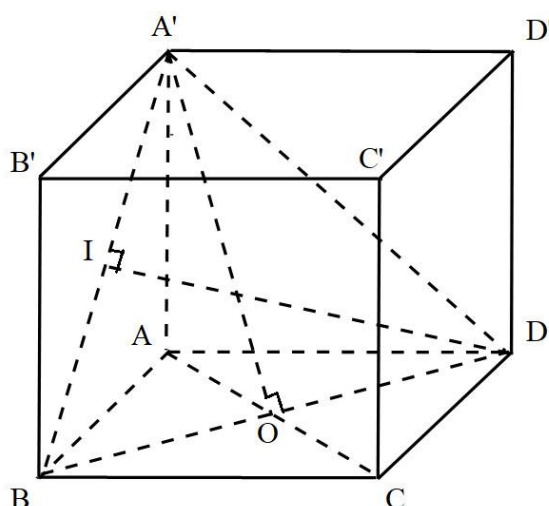
Phương trình $(\alpha): x - 2(y - 1) + z - 1 = 0 \Leftrightarrow x - 2y + z + 3 = 0$. Vậy $d = 3$.

Câu 44: Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = 1$, tang của góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABB'A')$ bằng 2. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

- A.** 5. **B.** 3. **C.** $5\sqrt{5}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABB'A')$

Theo bài ra có $\tan \alpha = 2 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$

Giả sử cạnh đáy của lăng trụ là x ($x > 0$)

Gọi I hình chiếu của D trên $A'B$; O là tâm của hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có: } A'D = \sqrt{x^2 + 1}; BD = x\sqrt{2}; A'B = \sqrt{x^2 + 1}; A'O = \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Ta có } A'O \cdot BD = DI \cdot A'B \Leftrightarrow DI = \frac{A'O \cdot BD}{A'B} = \frac{\sqrt{x^2 + 2} \cdot x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

Dễ thấy $DA \perp (ABB'A'); (ABB'A') \cap (A'BD) = A'B$.

$$\text{Ta có } \sin \alpha = \frac{d(D; (ABB'A'))}{d(D; A'B)} = \frac{DA}{DI} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 2} \cdot x} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow x = \sqrt{3} \text{ nên } S_{ABCD} = 3 \Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = 3.$$

Câu 45: Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(\sin x + 1) = \cos x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$, khi đó tích

phân $\int_1^{\frac{3}{2}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{-\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn D

$$I = \int_1^{\frac{3}{2}} f(x) dx$$

Đặt $x = \sin t + 1 \Rightarrow dx = \cos t dt$.

Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = 0$; $x = \frac{3}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$

$$\text{Khi đó } I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(\sin t + 1) \cdot \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos t \cdot \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 t dt$$

$$\Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2t \right) dt = \left(\frac{1}{2}t + \frac{1}{4} \sin 2t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 46: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\frac{1}{2} \log_2 \frac{x}{4} + \log_2 y = \frac{4 - xy^2}{y^2}$. Khi $x + 4y$ đạt giá trị nhỏ nhất,

giá trị $\frac{x}{y}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{1}{2} \log_2 \frac{x}{4} + \log_2 y = \frac{4 - xy^2}{y^2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} (\log_2 x - \log_2 4) + \log_2 y = \frac{4}{y^2} - x$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x - 2 + 2\log_2 y = \frac{8}{y^2} - 2x \Leftrightarrow \log_2 x + 2x = 2 - 2\log_2 y + \frac{8}{y^2}$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x + 2x = \log_2 \frac{4}{y^2} + 2\left(\frac{4}{y^2}\right) (*)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + 2t$ với $t > 0$

$f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2 > 0$ với mọi $t > 0$ nên $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

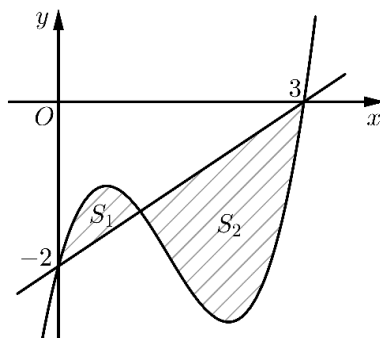
$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow f(x) = f\left(\frac{4}{y^2}\right) \Leftrightarrow x = \frac{4}{y^2}.$$

$$\text{Khi đó } x + 4y = \frac{4}{y^2} + 2y + 2y \geq 3\sqrt[3]{16}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{y^2} = 2y \\ x = \frac{4}{y^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \sqrt[3]{2} \\ x = \sqrt[3]{4^2} \end{cases}.$$

Vậy khi $x + 4y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $\frac{x}{y} = \frac{\sqrt[3]{4^2}}{\sqrt[3]{2}} = 2$.

Câu 47: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$. Đường thẳng $y = ax + b$ tạo với đường $y = f(x)$ hai miền phẳng có diện tích là S_1, S_2 (hình vẽ bên).



Biết $S_1 = \frac{5}{12}$ và $\int_0^1 (1-2x) f'(3x) dx = -\frac{1}{2}$, giá trị của S_2 bằng

A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{19}{4}$.

C. $\frac{13}{3}$.

D. $\frac{13}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \int_0^1 (1-2x) f'(3x) dx &= \int_0^1 (1-2x) d\left[\frac{1}{3} f(3x)\right] = \frac{1}{3} f(3x)(1-2x) \Big|_0^1 + \frac{2}{3} \int_0^1 f(3x) dx \\ &= \frac{-1}{3} f(3) - \frac{1}{3} f(0) + \frac{2}{9} \int_0^3 f(x) dx = \frac{2}{3} + \frac{2}{9} \int_0^3 f(x) dx = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \int_0^3 f(x) dx = \frac{-21}{4}. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } S_2 = \left| \int_0^3 f(x) dx \right| - (S_{OAB} - S_1) = \frac{8}{3} \text{ với } A(0; -2), B(3; 0).$$

Câu 48: Xét các số phức z, w, u thỏa mãn $|z| = 1, |w| = 2, |u| = 3$ và $|z + w - u| = |u + z - w|$. Giá trị lớn nhất của $|z - u|$ bằng

A. $\sqrt{10}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{14}$.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Bổ đề:

Xét hai số phức z_1 và z_2 , ta có:

$$|z_1 + z_2|^2 = (z_1 + z_2)(\overline{z_1 + z_2}) = |z_1|^2 + |z_2|^2 + z_1\overline{z_2} + \overline{z_1}z_2$$

$$|z_1 - z_2|^2 = (z_1 - z_2)(\overline{z_1 - z_2}) = |z_1|^2 + |z_2|^2 - z_1\overline{z_2} - \overline{z_1}z_2$$

$$|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow z_1\overline{z_2} + \overline{z_1}z_2 = 0$$

Áp dụng bổ đề trên:

$$|z + w - u| = |u + z - w| \Leftrightarrow |z + (w - u)| = |z - (w - u)| \Leftrightarrow z\overline{(w - u)} + \overline{z}(w - u) = 0$$

$$\Leftrightarrow z\overline{w} + \overline{z}w - z\overline{u} - \overline{z}u = 0 \Leftrightarrow |z|^2 + z\overline{w} + \overline{z}w + |w|^2 + |z|^2 - z\overline{u} - \overline{z}u + |u|^2 - 2|z|^2 - |w|^2 - |u|^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow |z + w|^2 + |z - u|^2 - 2|z|^2 - |w|^2 - |u|^2 = 0 \Leftrightarrow |z - u|^2 = 15 - |z + w|^2.$$

$$\text{Ta có } |z - u|^2 = 15 - |z + w|^2 \leq 15 - ||z| - |w||^2 = 14 \Rightarrow |z - u| \leq \sqrt{14}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $w = -2z$.

Cách 2:

Gọi M , N , P lần lượt là biểu diễn của các số phức z , w , u . Khi đó:

$$OM = 1, ON = 2, OP = 4 \text{ và } |\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{NP}| = |\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{NP}|.$$

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{NP}| = |\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{NP}| \Leftrightarrow OM^2 + 2\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{NP} + NP^2 = OM^2 - 2\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{NP} + NP^2$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{OM}(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{ON}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}$$

$$\Leftrightarrow OM^2 + OP^2 - MP^2 = OM^2 + ON^2 - MN^2 \Leftrightarrow MP^2 = MN^2 + 5 \leq (OM + ON)^2 \leq 14.$$

$$\Rightarrow |z - u| = MP \leq \sqrt{14}.$$

Đẳng thức xảy ra khi O , M , N thẳng hàng và O nằm giữa M , N .

Câu 49: Cho hai hàm số $f(x) = 2x^3 - 9x^2$ và $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + m$ (m là tham số). Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $h(x) = f(g(x))$ có đúng 6 điểm cực trị?

A. 23.

B. 21.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } h(x) = f(g(x)) \Rightarrow h'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x)) \Rightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} g'(x) = 0 \\ f'(g(x)) = 0 \end{cases}$$

$$\bullet g'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\bullet f'(g(x)) = \begin{cases} g(x) = 0 \\ g(x) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 - 3x^2 - 12 = -m \\ 2x^3 - 3x^2 - 12 = -m + 3 \end{cases} \quad (1)$$

Vẽ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	7	-20	$+\infty$	

Đề hàm số $h(x)$ có 6 điểm cực trị thì (1) phải có 4 nghiệm nên:

$$\begin{cases} -m+3 > 7 \\ -20 < -m \leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7 < m \leq -4 \\ 20 \leq m < 23 \end{cases}$$

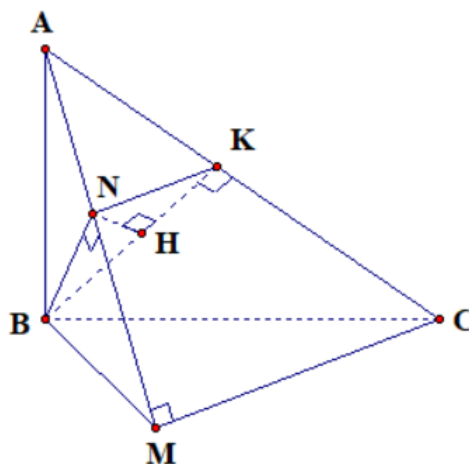
Vậy có 6 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3; 4; 4)$, $B(1; 2; 3)$, $C(5; 0; -1)$. Điểm M thay đổi trong không gian thỏa mãn $ABM = AMC = 90^\circ$. Mặt phẳng (α) đi qua B và vuông góc với AC cắt AM tại N . Khoảng cách từ N đến (ABC) có giá trị lớn nhất bằng:

- A. $\frac{4\sqrt{10}}{5}$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$. D. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\overrightarrow{BA}(2; 2; 1), \overrightarrow{BC}(4; -2; -4) \Rightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ do đó $\triangle ABC$ vuông tại B .

$\Rightarrow BA = 3; BC = 6$.

Từ giả thiết suy ra $\begin{cases} AB \perp BC \\ AB \perp BM \end{cases} \Rightarrow AB \perp (MBC)$.

Gọi K là hình chiếu của B lên AC nên $(BKN) \perp AC$ cố định.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có đường cao BK :

$$\frac{1}{BK^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{6^2} = \frac{5}{36} \Rightarrow BK = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

Ta có $\begin{cases} BN \perp AM \\ BN \perp AC \end{cases} \Rightarrow BN \perp (AMC) \Rightarrow BN \perp NK$ suy ra N chạy trên đường tròn đường kính

$$BK = \frac{6\sqrt{5}}{5}.$$

Trong (BNK) kẻ $NH \perp BK \Rightarrow NH \perp (ABC) \Rightarrow NH = d(N, (ABC))$

Trong tam giác vuông BNK có $NH \leq \frac{1}{2}BK = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Phương trình mặt phẳng (BCM) đi qua B và có vecto pháp tuyến $\overrightarrow{BA}(2; 2; 1)$ có dạng:

$$2x + 2y + z - 9 = 0$$

Tam giác BNK vuông cân tại N nên $BN = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

Xét $\triangle ABM$ vuông tại B có đường cao BN :

$$\frac{1}{BM^2} = \frac{1}{BN^2} - \frac{1}{BA^2} = \frac{5}{18} - \frac{1}{3^2} = \frac{1}{6} \Rightarrow BM = \sqrt{6}$$

$$\text{Gọi } M(a; b; c), \text{ ta có } \begin{cases} BM = \sqrt{6} \\ \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \\ M \in (BCM) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 = 6 \\ (a-3)(a-5) + (b-4)b + (c-4)(c+1) = 0 \\ 2a + 2b + c - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 4b - 6c + 8 = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 8a - 4b - 3c + 11 = 0 \\ 2a + 2b + c - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 = 6 \\ 2a - c - 1 = 0 \\ 2a + 2b + c - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 = 6 \\ c = 2a - 1 \\ b = 5 - 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a^2 - 30a + 20 = 0 \\ c = 2a - 1 \\ b = 5 - 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5 + \sqrt{5}}{3} \\ b = \frac{5 + 2\sqrt{5}}{3} \\ c = \frac{7 + 2\sqrt{5}}{3} \end{cases} \vee \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5 - \sqrt{5}}{3} \\ b = \frac{5 - 2\sqrt{5}}{3} \\ c = \frac{7 - 2\sqrt{5}}{3} \end{cases}.$$

Vậy khoảng cách từ N đến (ABC) có giá trị lớn nhất bằng $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

khi $M(a; b; c)$ với $a; b; c$ như trên.

----- HẾT -----