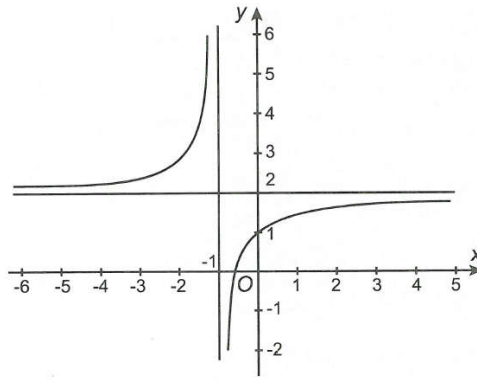




- Câu 1:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức  $z = -4i$  có tọa độ là  
 A.  $(-4; 0)$ .      B.  $(4; 0)$ .      C.  $(0; -4)$ .      D.  $(3; 4)$ .
- Câu 2:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = \log x$  là  
 A.  $y' = \frac{10}{x}$ .      B.  $y' = \frac{\ln 10}{x}$ .      C.  $y' = \frac{1}{x}$ .      D.  $y' = \frac{1}{x \ln 10}$ .
- Câu 3:** Đạo hàm của hàm số là  $y = x^{\sqrt{5}}$  trên tập số thực, là  
 A.  $y' = \sqrt{5}x^{\sqrt{5}+1}$ .      B.  $y' = x^{\sqrt{5}-1}$ .      C.  $y' = \sqrt{5}x^{\sqrt{5}-1}$ .      D.  $y' = \frac{1}{\sqrt{5}+1}x^{\sqrt{5}+1}$ .
- Câu 4:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} < 8$  là  
 A.  $(-\infty; 4]$ .      B.  $(-\infty; -4)$ .      C.  $(-4; +\infty)$ .      D.  $(4; +\infty)$ .
- Câu 5:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 3, u_2 = 6$ . Số hạng thứ 5 của cấp số nhân đó là  
 A. 24.      B. 48.      C. 30.      D.  $\frac{3}{16}$ .
- Câu 6:** Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng  $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ . Mặt phẳng (P) có vec tơ pháp tuyến:  
 A.  $\vec{n}(2; -1; 3)$ .      B.  $\vec{n}(2; 1; 3)$ .      C.  $\vec{n}(3; 0; -2)$ .      D.  $\vec{n}(-3; 0; 2)$ .
- Câu 7:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là:

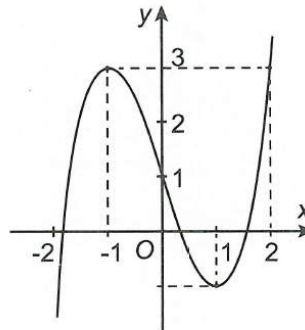


- A.  $(0; 2)$ .      B.  $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ .      C.  $(0; -1)$ .      D.  $(0; 1)$ .

**Câu 8:** Biết  $\int_0^5 f(x) dx = 4$  và  $\int_0^5 g(x) dx = -1$ . Khi đó  $\int_0^5 [f(x) - g(x)] dx$  bằng

- A. 3.      B. 5.      C. -5.      D. -3.

**Câu 9:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



- A.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .      B.  $y = \frac{x+2}{x-2}$ .  
C.  $y = x^3 - 3x + 1$ .      D.  $y = -x^3 + 3x + 1$

**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4x + 2z - 3 = 0$ .  $(S)$  có bán kính là

- A.  $R = 3$ .      B.  $R = 9$ .      C.  $R = \sqrt{3}$ .      D.  $R = \sqrt{5}$ .

**Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(\alpha): x - 2y - 4 = 0$  và  $(\beta): 4x - 3y + z - 5 = 0$  bằng

- A.  $\frac{2}{5}$       B.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$       C.  $\frac{1}{5}$       D.  $\frac{2\sqrt{5}}{25}$

**Câu 12:** Cho số phức  $z_1 = 3 + 5i, z_2 = 2 - i$ , phần ảo của số phức  $z_1 \cdot z_2$  bằng

- A. 11.      B.  $-7i$ .      C. 7.      D. -7.

**Câu 13:** Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 3, 4, 6. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. 24      B. 72.      C. 62.      D. 36.

**Câu 14:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có chiều cao bằng 5, đáy  $ABCD$  là hình vuông có cạnh bằng 3. Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- A. 45.                      B. 15.                      C. 25.                      D. 5.

**Câu 15:** Tính thể tích hình tròn xoay sinh ra bởi nửa đường tròn bán kính  $R$  khi quay quanh trục quay là đường kính của nửa đường tròn đó

- A.  $\frac{1}{3}\pi R^3$ .                      B.  $\frac{4}{3}\pi R^3$ .                      C.  $4\pi R^2$ .                      D.  $\pi R^3$ .

**Câu 16:** Cho số phức  $z = 3 - 5i$ . Phần ảo của số phức  $z - i$  là

- A. 6.                      B.  $6i$ .                      C.  $-6$ .                      D.  $-6i$ .

**Câu 17:** Cho hình nón có góc ở đỉnh  $60^\circ$ , bán kính đáy  $2r$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.  $2\pi r^2$ .                      B.  $4\pi r^2$ .                      C.  $\frac{4\pi r^2}{3}$ .                      D.  $\frac{4\pi r^2\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$  có phương trình tham số

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \text{ Hỏi điểm } M \text{ nào sau đây thuộc đường thẳng } \Delta?$$

- A.  $M(1; 2; 3)$ .                      B.  $M(-1; -1; 2)$ .  
C.  $M(0; 1; -1)$ .                      D.  $M(0; -1; -1)$ .

**Câu 19:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |      |      |           |     |
|---------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $1$  | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $0$  | $-3$ | $+\infty$ |     |

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 1.                      B.  $-2$ .                      C. 0.                      D.  $-3$ .

**Câu 20:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+4}{x-1}$  là đường thẳng có phương trình

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = 2$ .                      C.  $y = 2$ .                      D.  $y = -2$ .

**Câu 21:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\ln(x+1) < 0$  là

- A.  $(0; 1)$                       B.  $(-\infty; 0)$                       C.  $(0; +\infty)$                       D.  $(-1; +\infty)$

**Câu 22:** Một hộp có 4 bi xanh và 5 bi vàng, lấy ngẫu nhiên 2 bi. Có bao nhiêu cách lấy hai bi cùng màu

- A. 16.                      B. 20.                      C. 20.                      D. 36.

**Câu 23:** Biết  $f(x)$  là hàm số liên tục trên  $[0;3]$  và có  $\int_0^1 f(3x)dx = 3$ . Giá trị của biểu thức  $\int_0^3 f(x)dx$  bằng

- A. 9.                      B. 1.                      C. 3.                      D.  $\frac{1}{3}$ .

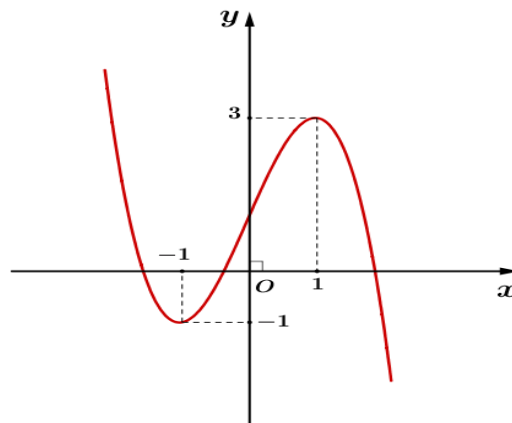
**Câu 24:** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x-2}$ , biết  $F(1) = 2$ . Giá trị của  $F(0)$  bằng

- A.  $2 + \ln 2$ .                      B.  $\ln 2$ .                      C.  $2 + \ln(-2)$ .                      D.  $\ln(-2)$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $f(x) = \cos 2x - x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sin x - \frac{x^2}{2} + C$ .                      B.  $\int f(x)dx = 2\sin 2x - \frac{x^2}{2} + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sin 2x - \frac{x}{2} + C$ .                      D.  $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sin 2x - \frac{x^2}{2} + C$ .

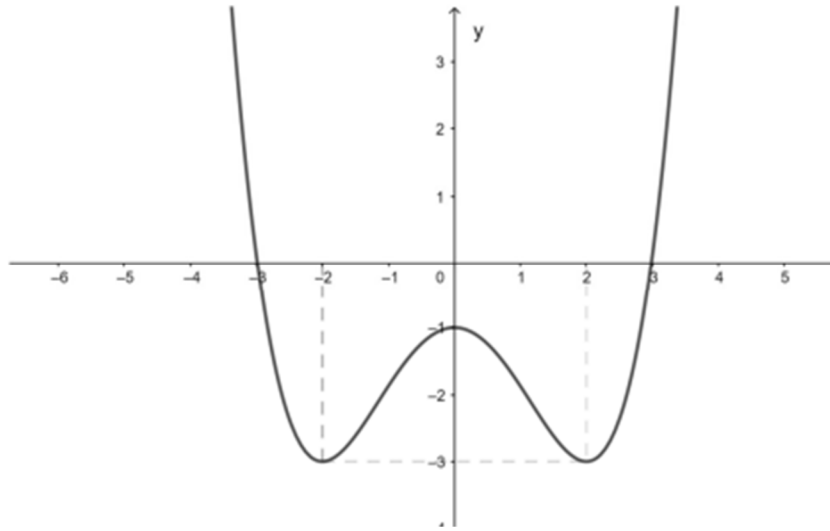
**Câu 26:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A.  $(1; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; -1)$ .                      C.  $(-1; 1)$ .                      D.  $(-1; 3)$ .

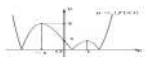
**Câu 27:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong như hình bên



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.  $-1$ .                      B.  $0$ .                      C.  $-2$ .                      D.  $2$ .

**Câu 28:** Cho  $a$  là số thực dương. Khi đó  $\log_4 8a^3$  bằng

- A.  $\frac{3}{2} + \log_2 a$ .                      B.  $\frac{3}{2} + \frac{3}{2} \log_2 a$ .                      C. .                      D.  $6 + 6 \log_2 a$ .

**Câu 29:** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 - 6x^2$  và  $y = 6 - 11x$  được tính bởi công thức nào dưới đây?

- A.  $S = \pi \int_1^3 |x^3 - 6x^2 + 11x - 6| dx$ .                      B.  $S = \int_1^3 (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx$ .  
C.  $S = \int_1^3 |x^3 - 6x^2 + 11x - 6| dx$ .                      D.  $S = \int_1^3 (11x - 6 - x^3 + 6x^2) dx$ .

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $I$ , cạnh  $a$ , góc  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ ,  $SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\tan \varphi = \sqrt{5}$                       B.  $\tan \varphi = \frac{\sqrt{5}}{5}$                       C.  $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$                       D.  $\varphi = 45^\circ$

**Câu 31:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

|      |           |   |    |           |
|------|-----------|---|----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 1 | 3  | $+\infty$ |
| $y'$ | +         | 0 | -  | +         |
| $y$  | $-\infty$ | 2 | -1 | $+\infty$ |

Tìm số nghiệm thực của phương trình  $f'(x)+1=0$ .

A. 3

B. 0

C. 1

D. 2

**Câu 32:** Hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)(x^2-1)$ . Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng

A.  $(1;2)$ .

B.  $(-2;-1)$ .

C.  $(-1;0)$ .

D.  $(0;1)$ .

**Câu 33:** Chọn ngẫu nhiên ba số phân biệt bất kì trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được ba số có tích là số lẻ bằng

A.  $\frac{2}{19}$ .

B.  $\frac{17}{19}$ .

C.  $\frac{5}{19}$ .

D.  $\frac{7}{19}$ .

**Câu 34:** Tính  $P$  tích tất cả các nghiệm của phương trình  $\log_2 x - \log_x 64 = 1$ .

A.  $P=1$

B.  $P=2$

C.  $P=4$

D.  $P=8$

**Câu 35:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+1| = |z-2i+3|$ . Biết tập các điểm biểu thị cho  $z$  là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là:

A.  $x-y-3=0$

B.  $x-y+3=0$

C.  $x+y+3=0$

D.  $x-y=0$

**Câu 36:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(0;0;-2)$  và đường thẳng

$\Delta: \frac{x+3}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{1}$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta$ .

A.  $3x-y-2z-4=0$ .

B.  $4x+3y+z-5=0$ .

C.  $4x+3y+z+2=0$ .

D.  $3x-y-2z-10=0$ .

**Câu 37:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(6;-3;9)$  có hình chiếu vuông góc trên các trục  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  là  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Phương trình của đường thẳng  $OG$  là

A.  $\frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{6}$ .

B.  $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{5}$ .

C.  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{3}$ .

D.  $\frac{x-4}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-6}{-3}$ .

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật  $AB=a$ ,  $AD=a\sqrt{3}$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA=2a$ . Tính khoảng cách  $d$  từ điểm  $C$  đến mặt phẳng  $(SBD)$

A.  $d = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$ .

B.  $d = \frac{2a}{\sqrt{5}}$ .

C.  $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{57}}{19}$ .

**Câu 39:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để  $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$  có nghiệm trong đoạn  $[1;3^{\sqrt{3}}]$ ?

A. 6

B. 4

C. 1

D. 0

**Câu 40:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và các tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$  và  $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$ . Giá trị của tích phân  $I = \int_0^1 f(x) dx$  là

- A. 2.                      B. 6.                      C. 3.                      D. 1.

**Câu 41:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in [-20; 20]$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + mx - 1$  có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  sao cho  $|x_1 - x_2| \geq 2\sqrt{6}$ ?

- A. 38.                      B. 35.                      C. 34.                      D. 37.

**Câu 42:** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 + z_2| = 6$  và  $|z_1 - z_2| = 2$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = |z_1| + |z_2|$ . Khi đó môđun của số phức  $M + mi$  là

- A.  $\sqrt{76}$ .                      B. 76.                      C.  $2\sqrt{10}$ .                      D.  $2\sqrt{11}$ .

**Câu 43:** Cho khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $BC = 2a$ . Hình chiếu vuông góc của đỉnh  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm của cạnh  $BC$  của cạnh  $AC$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(BCB'C')$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

- A.  $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$ .                      C.  $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$ .                      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$ .

**Câu 44:** Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ ,  $g(x) = dx^2 + ex + 2$  ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ ). Biết đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là  $-2; -1; 1$ . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị.

- A.  $\frac{37}{6}$ .                      B.  $\frac{13}{2}$ .                      C.  $\frac{9}{2}$ .                      D.  $\frac{37}{12}$ .

**Câu 45:** Cho số phức  $w$  và hai số thực  $a, b$ . Biết rằng  $w + i$  và  $2w - 1$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 + az + b = 0$ . Tổng  $S = a + b$  bằng

- A.  $\frac{5}{9}$ .                      B.  $-\frac{5}{9}$ .                      C.  $\frac{1}{3}$ .                      D.  $-\frac{1}{3}$ .

**Câu 46:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(3; -1; 0)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa  $d$  sao cho khoảng cách từ  $A$  đến  $(\alpha)$  lớn nhất có phương trình là

- A.  $x + y - z = 0$ .                      B.  $x + y - z - 2 = 0$ .                      C.  $x + y - z + 1 = 0$ .                      D.  $-x + 2y + z + 5 = 0$ .

**Câu 47:** Cho phương trình  $\log_2(2x - m) = 4^x + m$  với  $m$  là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in (-27; 27)$  sao cho phương trình trên có nghiệm?

- A. 10.                      B. 26.                      C. 1.                      D. 53.

**Câu 48:** Cho hình nón có chiều cao bằng  $2\sqrt{5}$ . Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng  $9\sqrt{3}$ . Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A.  $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$ .

B.  $32\pi$ .

C.  $32\sqrt{5}\pi$ .

D.  $96\pi$ .

**Câu 49:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$  và  $M(x_0; y_0; z_0) \in (S)$  sao cho  $A = x_0 + 2y_0 + 2z_0$  đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó  $x_0 + y_0 + z_0$  bằng

A. 2.

B. -1.

C. -2.

D. 1.

**Câu 50:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$  luôn đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ ?

A. 18.

B. 19.

C. 21.

D. 20.

## BẢNG ĐÁP ÁN

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.C  | 2.D  | 3.C  | 4.C  | 5.B  | 6.A  | 7.D  | 8.B  | 9.C  | 10.A |
| 11.B | 12.D | 13.B | 14.B | 15.A | 16.C | 17.B | 18.C | 19.A | 20.C |
| 21.B | 22.A | 23.A | 24.A | 25.D | 26.C | 27.A | 28.B | 29.C | 30.A |
| 31.D | 32.C | 33.A | 34.B | 35.B | 36.C | 37.D | 38.A | 39.C | 40.B |
| 41.D | 42.A | 43.C | 44.A | 45.B | 46.A | 47.B | 48.A | 49.B | 50.D |

**Câu 39:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để  $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$  có nghiệm trong đoạn  $[1; 3^{\sqrt{3}}]$ ?

A. 6

B. 4

**C. 1**

D. 0

Lời giải

**Chọn C.**

Điều kiện:  $x > 0$

Đặt  $\sqrt{\log_3^2 x + 1} = t$ . Khi đó phương trình đã cho trở thành:

$$t^2 + t - 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 + t = 2m + 2 \quad (*)$$

Yêu cầu bài toán tương đương với (\*) phải có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn  $[1; 2]$

Xét hàm số  $f(t) = t^2 + t$  trên đoạn  $[1; 2]$ . Ta có  $f'(t) = 2t + 1, \forall t \in [1; 2]$  nên

$$\min_{[1;2]} f(t) = f(1) = 2; \max_{[1;2]} f(t) = f(2) = 6$$

Để (\*) có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn  $[1; 2]$  thì  $2 < 2m + 2 < 6 \Leftrightarrow 0 < m < 2$

**Câu 40:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và các tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$  và  $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$ . Giá

trị của tích phân  $I = \int_0^1 f(x) dx$  là

A. 2.

**B. 6.**

C. 3.

D. 1.

Lời giải

**Chọn B.**

$$\text{Xét } \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$$

$$\text{Đặt } \tan x = t \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} dx = dt \Rightarrow dx = \cos^2 x \cdot dt = \frac{1}{t^2 + 1} dt$$

$$\text{Khi } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1$$

$$\text{Nên } \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4 \Rightarrow \int_0^1 f(t) \frac{1}{t^2+1} dt = \int_0^1 \frac{f(t)}{(t^2+1)} dt = 4$$

$$\begin{aligned} \text{Vì } \int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1} dx = 2 &\Rightarrow \int_0^1 \frac{(x^2+1-1)f(x)}{x^2+1} dx = \int_0^1 \left[ f(x) - \frac{f(x)}{x^2+1} \right] dx = \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 \frac{f(x)}{x^2+1} dx = 2 \\ &\Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = 2 + \int_0^1 \frac{f(x)}{x^2+1} dx = 2 + 4 = 6 \end{aligned}$$

**Câu 41:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in [-20; 20]$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + mx - 1$  có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  sao cho  $|x_1 - x_2| \geq 2\sqrt{6}$ ?

A. 38.

B. 35.

C. 34.

**D. 37.**

*Lời giải*

**Chọn D.**

Ta có  $y' = x^2 - 2mx + m$ .

Hàm số có hai điểm cực trị khi  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - m > 0$  (\*).

Theo định lí Vi-ét ta có  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = m \end{cases}$ .

Khi đó  $|x_1 - x_2| \geq 2\sqrt{6} \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 \geq 24 \Leftrightarrow 4m^2 - 4m \geq 24 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -2 \end{cases}$  (thỏa mãn(\*)).

Do  $m$  nguyên và  $m \in [-20; 20]$  nên  $m \in \{-20; -19; \dots; -2; 3; 4; \dots; 20\}$ .

Vậy có 37 giá trị của  $m$ .

**Câu 42:** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 + z_2| = 6$  và  $|z_1 - z_2| = 2$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = |z_1| + |z_2|$ . Khi đó môđun của số phức  $M + mi$  là

**A.  $\sqrt{76}$ .**

B. 76.

C.  $2\sqrt{10}$ .

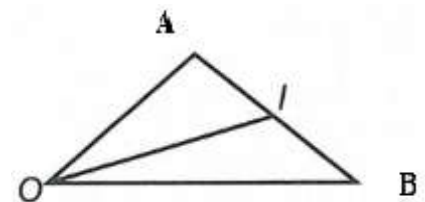
D.  $2\sqrt{11}$ .

*Lời giải*

**Chọn A.**

Ta gọi  $A, B$  lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức  $z_1, z_2$ .

Từ giả thiết  $|z_1 + z_2| = 6 \Rightarrow |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = 6 \Leftrightarrow |\overrightarrow{OI}| = 3$  với  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .



$$|z_1 - z_2| = 2 \Rightarrow |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = \overrightarrow{BA} = 2 \Leftrightarrow AB = 2.$$

$$\text{Ta có } OA^2 + OB^2 = 2OI^2 + \frac{AB^2}{2} = 20.$$

$$P = |z_1| + |z_2| = OA + OB \Rightarrow P^2 \leq (1^2 + 1^2)(OA^2 + OB^2) = 40.$$

$$\text{Vậy } \max P = 2\sqrt{10} = M.$$

$$\text{Mặt khác, } P = |z_1| + |z_2| = |\overrightarrow{OA}| + |\overrightarrow{OB}| \geq |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = 6.$$

$$\text{Vậy } \min P = 6 = m.$$

$$\text{Suy ra } |M + mi| = \sqrt{40 + 36} = \sqrt{76}.$$

**Câu 43:** Cho khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $BC = 2a$ . Hình chiếu vuông góc của đỉnh  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm của cạnh  $H$  của cạnh  $AC$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(BCB'C')$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

A.  $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$ .

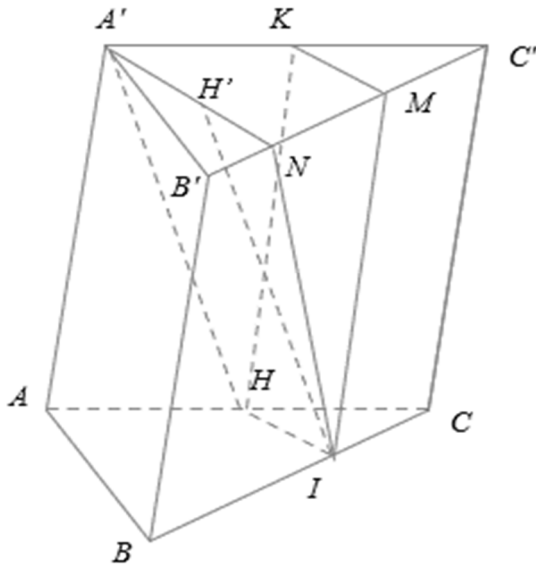
B.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$ .

C.  $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$ .

Lời giải

**Chọn C**



Ta có  $BC = a\sqrt{3}$ . Từ  $H$  kẻ  $HI$  vuông góc với  $BC$ .

$$\text{Ta có } \triangle HIC \sim \triangle BAC \text{ nên } \frac{HI}{AB} = \frac{HC}{BC} \Rightarrow HI = \frac{AB \cdot HC}{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Gọi  $K$  là trung điểm của  $A'C'$ . từ  $K$  kẻ  $KM$  vuông góc với  $B'C'$ .

Tứ giác  $KMIH$  là hình bình hành nên  $KM = IH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

Gọi  $N$  là điểm trên  $B'C'$  sao cho  $M$  là trung điểm của  $C'N \Rightarrow A'N = 2KM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Do  $A'H \perp (ABC)$  nên  $(A'NI) \perp (ABC)$ . Mà  $A'N > HI$  nên  $HIN$  là góc tù. Suy ra

$$\widehat{HIN} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{A'NI} = 60^\circ.$$

Gọi  $H'$  là hình chiếu của  $I$  lên  $A'N$  suy ra  $H'$  là trung điểm của  $A'N$ .

$$\Rightarrow A'H = IH' = NH'. \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}.$$

$$\Rightarrow V = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}.$$

**Câu 44.** Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ ,  $g(x) = dx^2 + ex + 2$  ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ ). Biết đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là  $-2; -1; 1$ . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị.

**A.**  $\frac{37}{6}$ .

**B.**  $\frac{13}{2}$ .

**C.**  $\frac{9}{2}$ .

**D.**  $\frac{37}{12}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ ,  $g(x) = dx^2 + ex + 2$  ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ )

$$\Rightarrow f(x) - g(x) = ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - 4 \quad (1)$$

Vì đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là

$$-2; -1; 1 \Rightarrow f(x) - g(x) = a(x+2)(x+1)(x-1) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:  $-2a = -4 \Rightarrow a = 2$ .

$$\text{Do đó } f(x) - g(x) = 2(x+2)(x+1)(x-1)$$

$$\text{Vậy } S = \int_{-2}^1 |2(x+2)(x+1)(x-1)| dx = \frac{37}{6}.$$

**Câu 45:** Cho số phức  $w$  và hai số thực  $a, b$ . Biết rằng  $w+i$  và  $2w-1$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 + az + b = 0$ . Tổng  $S = a+b$  bằng

**A.**  $\frac{5}{9}$ .

**B.**  $-\frac{5}{9}$ .

**C.**  $\frac{1}{3}$ .

**D.**  $-\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt  $w = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ). Vì  $a, b \in \mathbb{R}$  và phương trình  $z^2 + az + b = 0$  có hai nghiệm là  $z_1 = w + i$ ,  $z_2 = 2w - 1$  nên  $z_1 = \overline{z_2} \Leftrightarrow w + i = \overline{2w - 1} \Leftrightarrow x + yi + i = 2(\overline{x + yi}) - 1$

$$\Leftrightarrow x + (y + 1)i = (2x - 1) - 2yi \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2x - 1 \\ y + 1 = -2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow w = 1 - \frac{1}{3}i \Rightarrow \begin{cases} z_1 = w + i = 1 + \frac{2}{3}i \\ z_2 = 2w - 1 = 1 - \frac{2}{3}i \end{cases}$$

Theo định lý Viet:  $\begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1 \cdot z_2 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = -a \\ 1 + \frac{4}{9} = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = \frac{13}{9} \end{cases}$

Vậy  $S = a + b = -\frac{5}{9}$ .

**Câu 46:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(3; -1; 0)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa  $d$  sao cho khoảng cách từ  $A$  đến  $(\alpha)$  lớn nhất có phương trình là

- A.**  $x + y - z = 0$ .      **B.**  $x + y - z - 2 = 0$ .      **C.**  $x + y - z + 1 = 0$ .      **D.**  $-x + 2y + z + 5 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  đến  $d$ . Khi đó  $H(2-t; -1+2t; 1+t) \Rightarrow \overline{AH} = (-1-t; 2t; 1+t)$ .

Do  $AH \perp d \Rightarrow -(-1-t) + 2.2t + 1+t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{3}$ . Khi đó  $\overline{AH} = \left(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .

Mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa  $d$  sao cho khoảng cách từ  $A$  đến  $(\alpha)$  lớn nhất khi  $AH \perp (\alpha)$ .

Do đó  $(\alpha)$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (1; 1; -1)$ .

Vậy  $(\alpha): 1(x-2) + 1(y+1) - 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - z = 0$ .

**Câu 47:** Cho phương trình  $\log_2(2x - m) = 4^x + m$  với  $m$  là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in (-27; 27)$  sao cho phương trình trên có nghiệm?

- A.** 10.      **B.** 26.      **C.** 1.      **D.** 53.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt  $u = \log_2(2x - m) \Rightarrow 2^u = 2x - m$ . Khi đó ta có hệ:  $\begin{cases} u = 4^x + m \\ 2^u = 2x - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = u - 4^x \\ m = 2^u - 2x \end{cases}$

Suy ra  $u - 4^x = 2^u - 2x \Leftrightarrow 2^u + u = 2^{2x} + 2x \Leftrightarrow f(u) = f(2x) \quad (*)$ .

Xét hàm đặc trưng  $f(t) = 2^t + t$  với  $t \in \mathbb{R}$ . Ta có:  $f'(t) = 2^t \ln 2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ .

Suy ra  $f(t)$  đồng biến trên  $(-\infty; +\infty)$ , mặt khác theo  $(*) \Leftrightarrow u = 2x$

Do đó:  $m = 2x - 4^x = g(x)$ .

Ta có:  $g'(x) = 2 - 4^x \ln 4$ . Cho  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x_0 = \log_4 \left( \frac{2}{\ln 4} \right) \approx 0,26$  và  $g(x_0) \approx -0,91$ .

Lập bảng biến thiên, ta có:

|         |           |          |           |
|---------|-----------|----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $x_0$    | $+\infty$ |
| $g'(x)$ | $+$       | $0$      | $-$       |
| $g(x)$  | $-\infty$ | $g(x_0)$ | $-\infty$ |

Do đó để phương trình ban đầu có nghiệm  $\Leftrightarrow m \leq g(x_0) \approx -0,91$ .

Do  $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in (-27; 27) \end{cases} \Rightarrow m \in \{-26; -25; \dots; -1\}$  nên có 26 giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 48:** Cho hình nón có chiều cao bằng  $2\sqrt{5}$ . Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng  $9\sqrt{3}$ . Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

**A.**  $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$ .

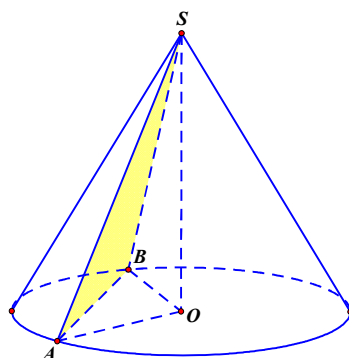
**B.**  $32\pi$ .

**C.**  $32\sqrt{5}\pi$ .

**D.**  $96\pi$ .

**Lời giải:**

**Chọn A**



Ta có  $S_{SAB} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \Rightarrow AB^2 = 36 \Rightarrow SA^2 = 36$ .

$$R = OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{36 - 20} = 4$$

$$\text{Thể tích của khối nón là } V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{32\sqrt{5}\pi}{3}.$$

**Câu 49:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$  và  $M(x_0; y_0; z_0) \in (S)$  sao cho  $A = x_0 + 2y_0 + 2z_0$  đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó  $x_0 + y_0 + z_0$  bằng

A. 2.

**B. -1.**

C. -2.

D. 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tácó:  $A = x_0 + 2y_0 + 2z_0 \Leftrightarrow x_0 + 2y_0 + 2z_0 - A = 0$  nên  $M \in (P): x + 2y + 2z - A = 0$ ,

Do đó điểm  $M$  là điểm chung của mặt cầu  $(S)$  với mặt phẳng  $(P)$ .

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2; 1; 1)$  và bán kính  $R = 3$ .

Tồn tại điểm  $M$  khi và chỉ khi  $d(I, (P)) \leq R \Leftrightarrow \frac{|6 - A|}{3} \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq A \leq 15$

Do đó, với  $M$  thuộc mặt cầu  $(S)$  thì  $A = x_0 + 2y_0 + 2z_0 \geq -3$ .

Dấu đẳng thức xảy ra khi  $M$  là tiếp điểm của  $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$  với  $(S)$  hay  $M$  là hình chiếu của  $I$  lên  $(P)$ .

$$\text{Suy ra } M(x_0; y_0; z_0) \text{ thỏa: } \begin{cases} x_0 + 2y_0 + 2z_0 + 3 = 0 \\ x_0 = 2 + t \\ y_0 = 1 + 2t \\ z_0 = 1 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x_0 = 1 \\ y_0 = -1 \\ z_0 = -1 \end{cases}$$

Do đó  $x_0 + y_0 + z_0 = -1$ .

**Câu 50:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$  luôn đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ ?

A. 18.

B. 19.

C. 21.

**D. 20.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét  $f(x) = x^3 - mx^2 + 12x + 2m$ . Ta có  $f'(x) = 3x^2 - 2mx + 12$  và  $f(1) = 13 + m$ .

Để hàm số  $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$  đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$  thì có hai trường hợp sau

**Trường hợp 1:** Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên  $(1; +\infty)$  và  $f(1) \leq 0$ .

Điều này không xảy ra vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - mx^2 + 12x + 2m) = +\infty$ .

**Trường hợp 2:** Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(1; +\infty)$  và  $f(1) \geq 0$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2mx + 12 \geq 0, \forall x > 1 \\ 13 + m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2}x + \frac{6}{x}, \forall x > 1 \\ m \geq -13 \end{cases} \quad (*)$$

Xét  $g(x) = \frac{3}{2}x + \frac{6}{x}$  trên khoảng  $(1; +\infty)$ :  $g'(x) = \frac{3}{2} - \frac{6}{x^2}$ ;  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} - \frac{6}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 2$ .

Bảng biến thiên:

|         |                |   |           |
|---------|----------------|---|-----------|
| $x$     | 1              | 2 | $+\infty$ |
| $g'(x)$ | -              | 0 | +         |
| $g(x)$  | $\frac{15}{2}$ | 6 | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên suy ra  $m \leq \frac{3}{2}x + \frac{6}{x}, \forall x > 1 \Leftrightarrow m \leq 6$ .

Kết hợp (\*) suy ra  $-13 \leq m \leq 6$ . Vì  $m$  nguyên nên  $m \in \{-13; -12; -11; \dots; 5; 6\}$ . Vậy có 20 giá trị nguyên của  $m$ .