



Câu 1. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Số phức đối của z có điểm biểu diễn là:

- A. $(-3; 2)$. B. $(3; -2)$. C. $(-3; -2)$. D. $(-2; -3)$.

Câu 2. Một lớp có 24 học sinh nam và 16 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn 3 học sinh đi dự tư vấn tuyển sinh, hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho có đúng một học sinh nữ?

- A. 16. B. 4416. C. 9880. D. 7856.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a . $SA \perp (ABC)$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{16}$. B. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. D. $\frac{a^3}{8}$.

Câu 4. Trong một chiếc hộp có 6 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh, 4 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên từ trong hộp ra 3 quả cầu. Tính xác suất để lấy được 3 quả cầu có đủ ba màu.

- A. $\frac{3}{455}$. B. $\frac{24}{91}$. C. $\frac{4}{91}$. D. $\frac{3}{17}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a . Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) .

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

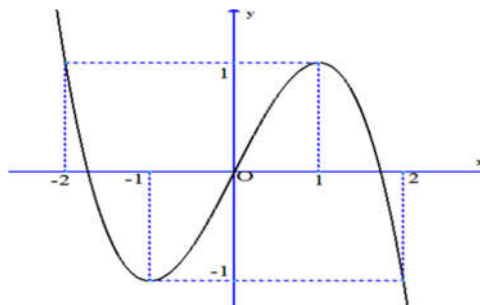
Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 5$; $f(1) = 2$. Khi đó $\int_0^1 x.f'(x) dx$ bằng:

- A. -5 . B. 7 . C. 5 . D. -3 .

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_3 = -1$; $u_6 = -7$. Công sai d của cấp số cộng đã cho là:

- A. $d = -2$. B. $d = 3$. C. $d = 5$. D. $d = 2$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $3f(x) + 2m - 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt?

- A. $-2 < m < 1$. B. $\frac{3}{2} < m < \frac{5}{2}$. C. $-4 < m < 2$. D. $-1 < m < 2$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		2		$-\infty$

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. $(-2; -3)$. C. $(3; 2)$. D. 3.

Câu 10. Tính thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$, trục Ox , trục Oy khi quay quanh Ox .

- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. $\frac{16\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{8\pi}{3}$.

Câu 11. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}; d': \begin{cases} x=1-2t \\ y=2 \\ z=3-t \end{cases}$. Cosin của

góc giữa hai đường thẳng đã cho bằng:

- A. 0. B. $-\frac{4}{\sqrt{30}}$. C. $\frac{4}{\sqrt{30}}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 12. Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O; R)$ theo giao tuyến là đường tròn tâm H , bán kính r . Gọi d là khoảng cách từ O đến (P) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $r = \sqrt{R^2 + d^2}$. B. $r = \sqrt{d^2 - R^2}$. C. $r = R^2 - d^2$. D. $r = \sqrt{R^2 - d^2}$.

Câu 13. Một khối lập phương có cạnh bằng 4. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng:

- A. 64. B. $\frac{64}{3}$. C. 16. D. 12.

Câu 14. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z + 3 - i = iz + 5 - 2i$. Phần ảo của phức $\bar{z}$ là:

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $-\frac{3}{2}i$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{3}{2}i$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	2		$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 16. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x + 1$ thỏa mãn $F(1) = -4$. Khi đó, $F(x)$ bằng:

- A. $F(x) = 2x^2 + x - 4$. B. $F(x) = 2x - 9$. C. $F(x) = 2x^2 + x - 7$. D. $F(x) = 2x^2 + x + 7$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x-3}$. Khi đó $\int f(x)dx$ bằng:

- A. $\frac{3}{4}(2x-3)\sqrt{2x-3} + C$. B. $\sqrt{2x-3} + C$.
C. $\frac{2}{3}\sqrt{2x-3} + C$. D. $\frac{1}{3}(2x-3)\sqrt{2x-3} + C$

Câu 18. Cho biết $\int_a^b f(x)dx = -3$ và $\int_a^b g(x)dx = 1$. Tích phân $\int_a^b [f(x) + 2g(x)]dx$ bằng:

- A. -1 . B. 1 . C. -7 . D. 5 .

Câu 19. Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 2i)(z - 4)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có tọa độ tâm là:

- A. $(4; 2)$. B. $(1; -2)$. C. $(-2; -1)$. D. $(2; 1)$.

Câu 20. Đồ thị hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$			

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. C. $y = -x^4 - 2x^2 - 3$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

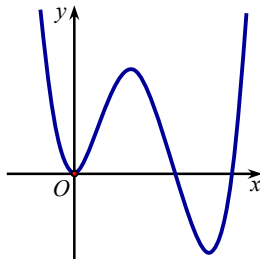
Câu 21. Tính diện tích xung quanh của hình nón biết thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác đều cạnh bằng 6.

- A. $9\sqrt{3}\pi$. B. 36π . C. 18π . D. $3\sqrt{3}\pi$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{3}}$ là:

- A. $y' = \frac{1}{3}(x^2 + x + 1)^{\frac{2}{3}}$. B. $y' = \frac{1}{3}(x^2 + x + 1)^{\frac{8}{3}}$.
C. $y' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2 + x + 1)^2}}$. D. $y' = \frac{2x+1}{2\sqrt[3]{x^2 + x + 1}}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào đúng?



- A. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
B. Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
C. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
D. Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

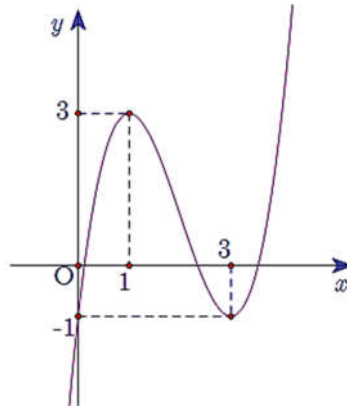
Câu 24. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_3 a = 4, \log_3 b = 3$. Giá trị của biểu thức $\log_3 \left(\frac{a^3}{b^2} \right)$ bằng:

- A. 6 . B. 55 . C. $-\frac{1}{6}$. D. 21 .

Câu 25. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + \log_2 \frac{x}{4} = 0$ bằng:

- A. 2 . B. 4 . C. 1 . D. $\frac{1}{2}$.

Câu 26. Cho hàm đa thức $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



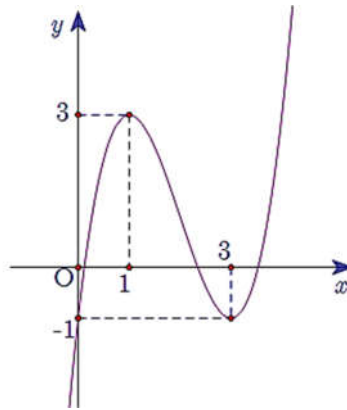
Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_2(3 - 5x)$ trên khoảng $(-\infty; \frac{3}{5})$ là:

- A. $\frac{5}{5x-3}$. B. $\frac{-5}{(3-5x) \cdot \ln 2}$. C. $\frac{1}{(3-5x) \cdot \ln 2}$. D. $-5(3-5x) \ln 2$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ biết đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng:



- A. 0. B. -1. C. 1. D. 3.

Câu 29. Trong mặt phẳng phức biết điểm $M(3; -2)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của số phức $w = (1 + 2i) \cdot \bar{z}$ bằng:

- A. -1. B. 7. C. 4. D. 8.

Câu 30. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1; -1; 4)$, $B(2; 1; 3)$, $C(-1; 2; 1)$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) có tọa độ là:

- A. $(7; -3; 5)$. B. $(-3; 5; 7)$. C. $(-3; 1; -2)$. D. $(1; 2; -2)$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

- A. $N(4; 0; -1)$. B. $P(7; 2; 1)$. C. $M(1; -2; 3)$. D. $Q(-2; -4; 7)$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{x^2-x} \geq \frac{3}{4}$ là:

- A. $[-1; 2]$. B. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$. C. $[-2; 1]$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > -2$ là:

- A. $(1;5)$. B. $(-\infty;5)$. C. $(3;+\infty)$. D. $(5;+\infty)$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(-2;1;4)$ qua mặt phẳng (Oyz) là:

- A. $(2;0;0)$. B. $(2;-1;-4)$. C. $(2;1;4)$. D. $(-2;-1;-4)$.

Câu 35. Chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SA \perp (ABC)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng:

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 36. Cho mặt cầu $S(O;R)$ và đường thẳng Δ . Gọi d là khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến đường thẳng Δ . Biết đường thẳng Δ cắt mặt cầu $S(O;R)$ tại hai điểm phân biệt. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $d = R$. B. $d > R$. C. $d < R$. D. $d = 2R$.

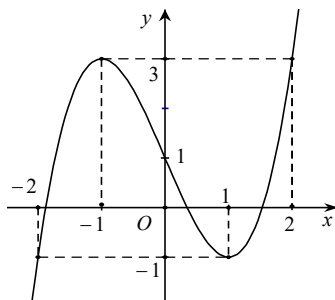
Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $iz = 2 + i$. Khi đó phần thực và phần ảo của z là

- A. Phần thực bằng -1 và phần ảo bằng -2 . B. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng $2i$.
C. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng $-2i$. D. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -2 .

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d có phương trình là:

- A. $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. B. $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$. D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là:



- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 40. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu đã cho là:

- A. $I(2;-1;1)$. B. $I(-2;1;-1)$. C. $I(4;-2;2)$. D. $I(-4;2;-2)$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - 6x^2 + (2-5m)x + 2023$ có ba điểm cực trị?

- A. 1. B. 15. C. 3. D. 2.

Câu 42. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0 \leq y \leq 2020$ và $\log_3\left(\frac{2^x-1}{y}\right) = y+1-2^x$?

- A. 2020. B. 2019. C. 4. D. 11.

Câu 43. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên bằng hai lần cạnh đáy, $A'A = A'B = A'C$; khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{165}}{15}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(2;8;18)$; cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $OA + OB + OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Tính giá trị biểu thức $T = 2a + b - c$.

- A. $T = 0$. B. $T = 12$. C. $T = 24$. D. $T = 6$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = \left| -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}(2m+3)x^2 - (m^2+3m)x + \frac{2}{3} \right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-9;9]$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

- A. 9. B. 2. C. 3. D. 16.

Câu 46. Cho hai số phức u, v thỏa mãn $|u| = |v| = 10$ và $|3u - 4v| = 50$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $|4u + 3v - 8 + 6i|$.

- A. 30. B. 60. C. 50. D. 40.

Câu 47. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = |z + 2 + i| + 2|z - 3 - 3i|$.

- A. 8. B. 4. C. 2. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 48. Cho các số thực $x, y \in \mathbb{R} : 2^{x^2+y^2-1} + \log_3(x^2 + y^2 + 1) = 3$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $S = |x - y| + |x^3 - y^3|$ là $\frac{a\sqrt{6}}{b}$, ($a > 0, b > 0; a, b \in \mathbb{Z}$) và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b$.

- A. 5. B. 15. C. 34. D. 25.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2\cos 2x}$. Tính $I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) dx$.

- A. 10. B. 5. C. 6. D. 3.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Gọi mặt phẳng (P) là chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 . Khoảng cách từ điểm $M(1;1;1)$ đến (P) bằng:

- A. $\frac{3}{\sqrt{5}}$. B. $\sqrt{10}$. C. $\frac{1}{\sqrt{53}}$. D. $\frac{2}{3\sqrt{10}}$.

-----Hết-----

Đề 1	C	B	C	B	A	D	A	D	C	B	C	D	A	C	C	C	D	A	D	A
	C	C	C	A	D	B	B	B	A	B	B	A	A	C	D	C	D	A	A	A
	C	D	C	B	B	B	A	D	C	D										

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU VẬN DỤNG VÀ VẬN DỤNG CAO

Câu 42. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq y \leq 2020$ và $\log_3 \left(\frac{2^x - 1}{y} \right) = y + 1 - 2^x$?

A. 2019.

B. 11.

C. 2020.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Từ giả thiết ta có: } \begin{cases} y \neq 0 \\ \frac{2^x - 1}{y} > 0 \Leftrightarrow 2^x > 1 \Leftrightarrow x > 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: PT } \Leftrightarrow \log_3 (2^x - 1) + 2^x - 1 = \log_3 y + y \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ trên $(0; +\infty)$

$$\text{Khi đó } f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0 \text{ do đó hàm số } f(t) = \log_3 t + t \text{ đồng biến trên } (0; +\infty)$$

$$\text{có dạng } f(2^x - 1) = f(y) \Leftrightarrow y = 2^x - 1$$

$$\text{Vì } 0 \leq y \leq 2020 \Leftrightarrow 0 \leq 2^x - 1 \leq 2020 \Leftrightarrow 1 \leq 2^x \leq 2021 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq \log_2 (2021)$$

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq \log_2 (2021) \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}. \text{ Vậy có 11 cặp } (x; y) \text{ thỏa mãn.}$$

Câu 43. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên bằng hai lần cạnh đáy,

$A'A = A'B = A'C$; khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{165}}{15}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

LG:

$$\text{Đặt } AB = x \Rightarrow A'A = A'B = A'C = 2x, (x > 0)$$

Gọi H là hình chiếu của A' lên mp (ABC) , M là trung điểm của BC , $HK \perp A'M$

$$\Rightarrow d(H, (A'BC)) = \frac{1}{3} d(A, (A'BC)) = \frac{\sqrt{165}a}{45} = HK$$

$$\text{Ta có: } HM = \frac{x\sqrt{3}}{6}; A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \sqrt{4x^2 - \frac{x^2}{3}} = \frac{x\sqrt{33}}{3}$$

$$\text{Có: } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{HM^2} \Leftrightarrow \frac{135}{11a^2} = \frac{3}{11x^2} + \frac{12}{x^2} \Rightarrow x = a; A'H = \frac{a\sqrt{33}}{11}$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ là: } V = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{33}}{11} = \frac{3a^3}{4}.$$

Câu 44. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(2; 8; 18)$; cắt các tia Ox, Oy, Oz

lần lượt tại A, B, C sao cho $OA + OB + OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Tính giá trị biểu thức $T = 2a + b - c$.

LG

Giả sử $(P) \cap Ox = A(a; 0; 0); (P) \cap Oy = B(0; b; 0); (P) \cap Oz = C(0; 0; c), (a > 0, b > 0, c > 0)$

Khi đó: $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Ta có: $M \in (P) \Leftrightarrow \frac{2}{a} + \frac{8}{b} + \frac{18}{c} = 1$

Có: $\left(\sqrt{\frac{2}{a}} \cdot \sqrt{a} + \sqrt{\frac{8}{b}} \cdot \sqrt{b} + \sqrt{\frac{18}{c}} \cdot \sqrt{c} \right)^2 \leq \left(\frac{2}{a} + \frac{8}{b} + \frac{18}{c} \right) (a + b + c) = a + b + c$

$\Rightarrow S = OA + OB + OC = a + b + c \geq (\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2})^2 = 72 \Rightarrow \text{Min} S = 72$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{b}{2\sqrt{2}} = \frac{c}{3\sqrt{2}} \\ \frac{2}{a} + \frac{8}{b} + \frac{18}{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = 24 \\ c = 36 \end{cases} \Rightarrow T = 2a + b - c = 12.$$

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = \left| -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}(2m+3)x^2 - (m^2+3m)x + \frac{2}{3} \right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số

m thuộc $[-9; 9]$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$?

A. 3.

B. **2.**

C. 16.

D. 9.

Lời giải

Xét hàm số $g(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}(2m+3)x^2 - (m^2+3m)x + \frac{2019}{2020}$

$\Rightarrow g'(x) = -x^2 + (2m+3)x - (m^2+3m)$

Để $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$ ta xét hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: $g(x)$ nghịch biến và không âm trên khoảng $(1; 2)$.

$$\text{Tức là: } \begin{cases} g'(x) \leq 0, \forall x \in (1; 2) \\ g(2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + (2m+3)x - (m^2+3m) \leq 0, \forall x \in (1; 2) \\ -\frac{1}{3} \cdot 2^3 + \frac{1}{2} \cdot (2m+3) \cdot 2^2 - (m^2+3m) \cdot 2 + \frac{2}{3} \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m+3, \forall x \in (1; 2) \\ x \leq m, \forall x \in (1; 2) \\ -2m^2 - 2m + 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 2 \\ -2 \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$$

Trường hợp 2: $g(x)$ đồng biến và không dương trên khoảng $(1; 2)$.

$$\text{Tức là: } \begin{cases} g'(x) \geq 0, \forall x \in (1; 2) \\ g(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + (2m+3)x - (m^2+3m) \geq 0, \forall x \in (1; 2) \\ -\frac{1}{3} \cdot 2^3 + \frac{1}{2} \cdot (2m+3) \cdot 2^2 - (m^2+3m) \cdot 2 + \frac{2}{3} \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq x \leq m+3, \forall x \in (1; 2) \\ -2m^2 - 2m + 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 1 \\ m \geq 1 \\ m \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 46. Cho hai số phức u, v thỏa mãn $|u| = |v| = 10$ và $|3u - 4v| = 50$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $|4u + 3v - 8 + 6i|$.

A. 30.

B. 40.

C. **60.**

D. 50.

Lời giải

Ta có $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$. Đặt $T = |3u - 4v|$, $M = |4u + 3v|$.

Khi đó $T^2 = (3u - 4v)(3\bar{u} - 4\bar{v}) = 9|u|^2 + 16|v|^2 - 12(u\bar{v} + v\bar{u})$.

Tương tự ta có $M^2 = (4u + 3v)(4\bar{u} + 3\bar{v}) = 16|u|^2 + 9|v|^2 + 12(u\bar{v} + v\bar{u})$.

Do đó $M^2 + T^2 = 25(|u|^2 + |v|^2) = 5000$.

Suy ra $M^2 = 5000 - T^2 = 5000 - 50^2 = 2500$ hay $M = 50$.

Áp dụng $|z + z'| \leq |z| + |z'|$ ta có

$|4u + 3v - 8 + 6i| \leq |4u + 3v| + |-8 + 6i| = 50 + 10 = 60$.

Suy ra $\max |4u + 3v - 10i| = 60$.

Câu 47. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = |z + 2 + i| + 2|z - 1 - 3i|$.

LG:

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn (C) tâm $I(2; -1), r = 2$.

Gọi $A(-2; -1); B(1; 3)$ ta có: $P = MA + 2MB$

Gọi C là điểm thỏa mãn $MA = 2MC, \forall M \in (C) \Rightarrow C(1; -1)$

Khi đó ta có: $P = MA + 2MB = 2(MC + MB) \Rightarrow P$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MC + MB$ nhỏ nhất

Có: $IB = \sqrt{17} > r \Rightarrow B$ nằm ngoài hình tròn $(C); IC = 1 < r \Rightarrow C$ nằm trong hình tròn

Do đó: $MB + MC \geq BC \Rightarrow \min(MB + MC) = BC \Leftrightarrow M = BC \cap (C)$

Có $BC = 4 \Rightarrow \min P = 8$.

Câu 48. Cho các số thực $x, y \in \mathbb{R} : 2^{x^2+y^2-1} + \log_3(x^2 + y^2 + 1) = 3$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức

$S = |x - y| + |x^3 - y^3|$ là $\frac{a\sqrt{6}}{b}, (a > 0, b > 0; a, b \in \mathbb{Z})$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b$.

LG

Ta có: $x, y \in \mathbb{R} : 2^{x^2+y^2-1} + \log_3(x^2 + y^2 + 1) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \cdot 2^{x^2+y^2+1} + \log_3(x^2 + y^2 + 1) = 3$

$\Leftrightarrow 2^{x^2+y^2+1} + 4\log_3(x^2 + y^2 + 1) = 12$

Đặt $t = \log_3(x^2 + y^2 + 1) \geq 0$, ta được phương trình: $2^{3^t} + 4t = 12$

Xét hàm số: $f(t) = 2^{3^t} + 4t \Rightarrow f'(t) = 3^t \ln 3 \cdot 2^{3^t} \ln 2 + 4 > 0, \forall t > 0$

$\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$, mà $f(1) = 12 \Rightarrow t = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2$

Xét $S = |x - y| + |x^3 - y^3| = |x - y| + |(x - y)(x^2 + xy + y^2)| = |x - y| + |(x - y)(2 + xy)|$

Đặt $a = |x - y| \geq 0 \Rightarrow a^2 = 2 - 2xy \Rightarrow xy = \frac{2 - a^2}{2}$

Có $a = |x - y| \leq \sqrt{x^2 + y^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2} = 2 \Rightarrow a \in [0; 2]$

Ta được: $S = g(a) = a + a \left| \frac{6 - a^2}{2} \right| = 4a - \frac{a^3}{2}, (\text{vì } a^2 \leq 4)$

Lập bảng biến thiên của hàm số $g(a)$ trên đoạn $[0; 2] \Rightarrow \max_{[0; 2]} S = \max_{[0; 2]} g(a) = \frac{16\sqrt{6}}{9} \Rightarrow a + b = 25$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2\cos 2x}$. Tính $I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) dx$.

LG

$$\text{Xét } I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) dx. \text{ Đặt } t = -x \Rightarrow dt = -dx \Rightarrow I = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{-\frac{3\pi}{2}} f(-t) dt = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(-x) dx$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó: } 2I &= \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} (f(x) + f(-x)) dx = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{2 + 2 \cos 2x} dx = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} 2|\cos x| dx \\ &= \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} -2 \cos x dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} -2 \cos x dx = 12 \Rightarrow I = 6. \end{aligned}$$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Gọi mặt phẳng (P) là chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 . Khoảng cách từ điểm $M(1;1;1)$ đến (P) bằng

A. $\sqrt{10}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{53}}$.

C. $\frac{2}{3\sqrt{10}}$.

D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d_1 đi qua $A(2;6;-2)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2;-2;1)$.

Đường thẳng d_2 có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1;3;-2)$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . Do mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 nên $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1;5;8)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(2;6;-2)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;5;8)$ là $x + 5y + 8z - 16 = 0$.

$$\text{Vậy } d(M, (P)) = \frac{|x_M + 5y_M + 8z_M - 16|}{\sqrt{1^2 + 5^2 + 8^2}} = \frac{2}{3\sqrt{10}}.$$