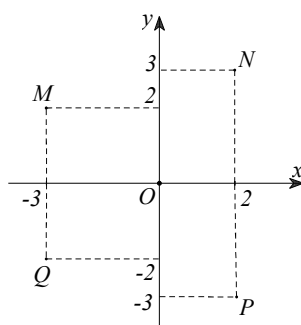




Câu 1: Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z = 2i - 3$?



A. M .

B. N .

C. P .

D. Q .

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y = 5^x$.

A. $y' = 5^x$.

B. $y' = 5^x \ln 5$.

C. $y' = \frac{5^x}{\ln 5}$.

D. $y' = x \cdot 5^{x-1}$.

Câu 3: Đạo hàm của hàm số $y = x \cdot 3^x$ là

A. $y' = \left(1 + \frac{x}{\ln 3}\right) 3^x$. B. $y' = 3^x$. C. $y' = x \cdot 3^{x-1}$. D. $y' = (1 + x \ln 3) 3^x$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}(x-1) < 0$ là:

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(1; 2)$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội dương và $u_2 = \frac{1}{4}$, $u_4 = 4$. Giá trị của u_1 là

A. $u_1 = \frac{1}{6}$.

B. $u_1 = \frac{1}{16}$.

C. $u_1 = -\frac{1}{16}$.

D. $u_1 = \frac{1}{2}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 6 = 0$. Véc tơ nào sau đây không phải là vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (1; -2; 3)$

B. $\vec{n} = (2; -4; 6)$

C. $\vec{n} = (1; 2; 3)$.

D. $\vec{n} = (-3; 6; -9)$

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = -x^4 + x^2 + 2$ cắt trục Oy tại điểm

A. $A(0; 2)$.

B. $A(2; 0)$.

C. $A(0; -2)$.

D. $A(0; 0)$.

Câu 8: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3a$ và $\int_0^1 g(x) dx = 4a$, khi đó $\int_0^1 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng?

A. $-3a$.

B. $5a$.

C. $-10a$.

D. $-5a$.

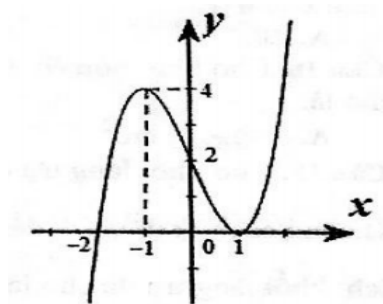
Câu 9: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?.

A. $y = x^3 - 3x + 2$.

B. $y = x^3 - 2x + 2$.

C. $y = -x^3 + 3x + 2$.

D. $y = x^3 + 3x + 2$.



Câu 10: Viết phương trình mặt cầu đi qua hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(2; 1; -1)$ và có tâm nằm trên một trục Ox

A. $(x - 4)^2 + y^2 + z^2 = 38$

B. $(x + 4)^2 + y^2 + z^2 = 38$

C. $(x - 4)^2 + y^2 + z^2 = 2\sqrt{7}$

D. $(x + 4)^2 + y^2 + z^2 = 2\sqrt{7}$

Câu 11: Góc giữa hai mặt phẳng (P): $x - y - z - 3 = 0$ và (Q): $2x + y - 2z + 1 = 0$

A. $54^\circ 44'$.

B. 60° .

C. $45^\circ 44'$.

D. 30°

Câu 12: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

A. $w = -3 - 3i$.

B. $w = 7 - 3i$.

C. $w = -7 - 7i$.

D. $w = 3 + 7i$.

Câu 13: Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là a , độ dài đường sinh là $3a$. Khi đó thể tích của khối trụ là

A. $3\pi a^3$.

B. πa^3 .

C. $\frac{\pi a^3}{2}$.

D. $\frac{\pi a^3}{6}$.

Câu 14: Cho khối nón có chiều cao bằng $2a$ và bán kính bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

B. $2\pi a^3$.

C. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

D. $4\pi a^3$.

Câu 15: Mặt cầu tâm I(2; 3; 4) tiếp xúc d: $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ có phương trình là :

- A. $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+4)^2 = 2$ B. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = \sqrt{2}$
 C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$ D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 2$

Câu 16: Số phức $z = 5 - 6i$ có phần ảo là

- A. 6. B. $-6i$. C. 5. D. -6 .

Câu 17: Cho đường thẳng Δ . Xét một đường thẳng l cắt Δ tại một điểm. Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh đường thẳng Δ được gọi là

- A. Mặt trụ. B. Mặt nón. C. Hình trụ. D. Hình nón.

Câu 18: Tìm điểm M thuộc đường thẳng d: $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{3}$

- A. M(1; 2; 1) B. M(1; -2; -1) C. M(-1; 2; -1) D. M(1; 2; -1)

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây sai?

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	+	

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -3$.
 C. $x = 1$ là điểm cực trị của hàm số. D. Hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 20: Đồ thị hàm số $y = \frac{1-3x}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

- A. $x = -2$ và $y = -3$. B. $x = -2$ và $y = 1$.
 C. $x = -2$ và $y = 3$. D. $x = 2$ và $y = 1$.

Câu 21: Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

- A. $S = (1; 10)$. B. $S = (1; 9)$. C. $S = (-\infty; 9)$. D. $S = (-\infty; 10)$.

Câu 22: Từ một nhóm có 10 học sinh nam và 8 học sinh nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ?

- A. $C_{10}^3 C_8^2$. B. $A_{10}^3 A_8^2$. C. $A_{10}^3 + A_8^2$. D. $C_{10}^3 + C_8^2$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)dx = f'(x) + C$

B. $\int f(x)dx = f'(x)$

C. $\int f'(x)dx = f(x) + C$

D. $\int f'(x)dx = f(x)$

Câu 24: Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x]dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng :

A. 1.

B. -3.

C. 3.

D. -1.

Câu 25: Nếu hàm số $y = \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ thì

A. $f(x) = -\cos x$.

B. $f(x) = \sin x$.

C. $f(x) = \cos x$.

D. $f(x) = -\sin x$.

Câu 26: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	

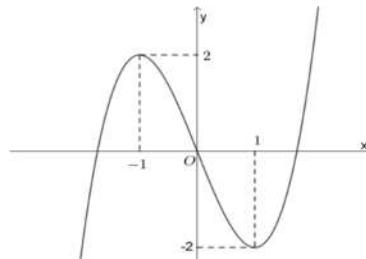
A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x = -1$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -2$.

Câu 28: Cho $a, b > 0$, $a \neq 1$ thỏa $\log_a b = 3$. Tính $P = \log_{a^2} b^3$.

A. $P = 18$.

B. $P = 2$.

C. $P = \frac{9}{2}$.

D. $P = \frac{1}{2}$.

Câu 29: Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$. B. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$. C. $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$. D. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x) dx$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O lên mặt phẳng (P) , số đo góc của mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$.

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90°

Câu 31: Đường thẳng $y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ tại mấy điểm phân biệt?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 32: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 33: Hộp A có 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Hộp B có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi, tính xác suất để hai viên bi được lấy ra có cùng màu.

- A. $\frac{91}{135}$. B. $\frac{44}{135}$. C. $\frac{88}{135}$. D. $\frac{45}{88}$.

Câu 34: Số nghiệm thực của phương trình $\log_3(x^2 - 3x + 9) = 2$ bằng:

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 35: Cho số phức $z = 3a - (2a + 1)i$ với $a \in \mathbb{R}$, i là đơn vị ảo. Tìm a biết rằng z^2 là một số phức có phần thực bằng 8.

- A. $a = -1; a = -\frac{9}{5}$ B. $a = 1; a = \frac{9}{5}$. C. $a = -1; a = \frac{9}{5}$. D. $a = 1; a = -\frac{9}{5}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và

vuông góc với đường thẳng d .

- A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$ C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z = 0$.

- A. $M'\left(2; \frac{5}{2}; 3\right)$. B. $M'(1;3;5)$. C. $M'\left(\frac{5}{2}; 2; \frac{3}{2}\right)$. D. $M'(3;1;2)$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;2;3), B(-3;0;0), C(0;-3;0), D(0;0;6)$.

Tính độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$.

A. 9.

B. 1.

C. 6.

D. 3.

Câu 39: Có bao nhiêu số tự nhiên x không vượt quá 2018 thỏa mãn $\log_2\left(\frac{x}{4}\right)\log_2^2 x \geq 0$?

A. 2017.

B. 2016.

C. 2014.

D. 2015.

Câu 40: Cho $\int_3^4 \frac{2x+1}{3x^2-x-2} dx = a \ln \frac{3}{2} + b \ln c$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $5a+15b-11c$ bằng

A. -12.

B. -15.

C. 14.

D. 9.

Câu 41: Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(0;1)$ và có điểm cực trị $(-2;0)$. Tính giá trị của biểu thức $T = 4a + b + c$.

A. 20.

B. 23.

C. 24.

D. 22.

Câu 42: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau $|z-1| = \sqrt{34}; |z+1+mi| = |z+m+2i|$ (trong đó m là số thực) và sao cho $|z_1 - z_2|$ là lớn nhất. Khi đó giá trị của $|z_1 + z_2|$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. 10.

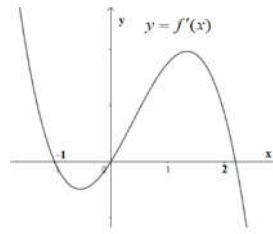
C. 2.

D. $\sqrt{130}$

Câu 43: Một tấm bìa hình tròn có bán kính bằng 5 được cắt thành hai hình quạt, sau đó quắn hai hình quạt đó thành hai hình nón (không có đáy). Biết một trong hai hình nón này có diện tích xung quanh là 15π . Tính thể tích hình nón còn lại. Giả sử chiều rộng các mép dán không đáng kể.

A. $\frac{4\pi\sqrt{21}}{3}$.B. $2\pi\sqrt{21}$.C. $\frac{2\pi\sqrt{21}}{3}$.D. $4\pi\sqrt{21}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $a+c > 0$.B. $a+b+c+d < 0$.C. $a+c < b+d$.D. $b+d-c > 0$.

Câu 45: Cho số phức z thỏa mãn $z + \frac{1}{z} = 1$. Tìm phần thực của số phức $z^{2019} + \frac{1}{z^{2019}}$.

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. -2.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vừa cắt vừa vuông góc với d . Tọa độ điểm B là:

- A. $(6; -7; 0)$. B. $(3; -2; -1)$. C. $(-3; 8; -3)$ D. $(0; 3; -2)$.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên khác 0 của tham số m sao cho $\log_2 \left[(x^2 + m)^2 \right] \leq 4, \forall x \in (0; |m|)$?

- A. 4. B. 1. C. 2 D. 3.

Câu 48: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đường thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó $\sin$ của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng:

- A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. B. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. D. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ và $\Delta': \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. Xét điểm

M thay đổi. Gọi a, b lần lượt là khoảng cách từ M đến Δ và Δ' . Biểu thức $a^2 + 2b^2$ đạt nhỏ nhất khi và chỉ khi $M \equiv M_0(x_0; y_0; z_0)$. Khi đó $x_0 + y_0$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. 0. C. $\frac{4}{3}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số sau đồng biến trên $\mathbb{R}$:

$f(x) = \frac{1}{5}m^2x^5 - \frac{1}{3}mx^3 + 10x^2 - (m^2 - m - 20)x$. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

- A. $\frac{5}{2}$. B. -2. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.D	4.B	5.B	6.C	7.A	8.C	9.A	10.B
11.A	12.A	13.A	14.C	15.D	16.D	17.B	18.D	19.B	20.A
21.B	22.A	23.C	24.A	25.C	26.D	27.A	28.C	29.A	30.C
31.A	32.D	33.B	34.D	35.C	36.A	37.C	38.D	39.B	40.A
41.B	42.C	43.A	44.A	45.D	46.D	47.D	48.B	49.A	50.C
38.D	39.B	40.A	41.B	42.C	43	44.A	45.D	46.D	47.D
48.B	49.A	50.C							

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU VẬN DỤNG, VẬN DỤNG CAO

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 2; 3), B(-3; 0; 0), C(0; -3; 0), D(0; 0; 6)$. Tính độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$.

- A. 9. B. 1. C. 6. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy ba điểm B, C, D lần lượt thuộc các trục Ox, Oy, Oz nên ta có phương trình mặt phẳng (BCD) là: $\frac{x}{-3} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{6} = 1$ hay $2x + 2y - z + 6 = 0$

Độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$ chính là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD) nên ta có: $d(A, (BCD)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 3 + 6|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 3$

Vậy độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$ bằng 3.

Câu 39: Có bao nhiêu số tự nhiên x không vượt quá 2018 thỏa mãn $\log_2\left(\frac{x}{4}\right)\log_2^2 x \geq 0$?

A. 2017.

B. 2016.

C. 2014.

D. 2015.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$.

$$\log_2\left(\frac{x}{4}\right)\log_2^2 x \geq 0 \Leftrightarrow (\log_2 x - \log_2 4)\log_2^2 x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 0 \\ \log_2 x - \log_2 4 \geq 0 \\ \log_2 x \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x \geq 4 \\ 0 < x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x \geq 4 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện } x > 0 \text{)}.$$

Vậy có 2016 số tự nhiên x thỏa mãn bài ra.

Câu 40: Cho $\int_3^4 \frac{2x+1}{3x^2-x-2} dx = a \ln \frac{3}{2} + b \ln c$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $5a + 15b - 11c$ bằng

A. -12.

B. -15.

C. 14.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\frac{2x+1}{3x^2-x-2} = \frac{2x+1}{(x-1)(3x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{3x+2} \Rightarrow 2x+1 \equiv A(3x+2) + B(x-1)$$

Khi đó, dùng kỹ thuật đồng nhất hệ số ta được

$$+ \text{ Cho } x=1 \Rightarrow A = \frac{3}{5}.$$

$$+ \text{ Cho } x=0 \Rightarrow B = \frac{1}{5}.$$

Khi đó ta có

$$\begin{aligned}\int_3^4 \frac{2x+1}{3x^2-x-2} dx &= \int_3^4 \left(\frac{3}{5(x-1)} + \frac{1}{5(3x+2)} \right) dx = \left(\frac{3}{5} \ln|x-1| + \frac{1}{15} \ln|3x+2| \right) \Big|_3^4 \\ &= \frac{3}{5} \ln \frac{3}{2} + \frac{1}{15} \ln \frac{16}{11} \\ \Rightarrow a &= \frac{3}{5}, b = \frac{1}{15}, c = \frac{16}{11} \Rightarrow 5a + 15b - 11c = -12\end{aligned}$$

Câu 41: Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(0;1)$ và có điểm cực trị $(-2;0)$. Tính giá trị của biểu thức $T = 4a + b + c$.

A. 20.

B. 23.

C. 24.

D. 22.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $\mathbb{R}$

$$y = x^3 + ax^2 + bx + c; \quad y' = 3x^2 + 2ax + b.$$

Đồ thị hàm số qua điểm $(0;1)$ nên $c = 1$

$$\text{Đồ thị hàm số có điểm cực trị } (-2;0) \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 3b > 0 \\ y(-2) = 0 \\ y'(-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 3b > 0 \\ -8 + 4a - 2b + c = 0 \\ 12 - 4a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{17}{4} \\ b = 5 \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } T = 4a + b + c = 4 \cdot \frac{17}{4} + 5 + 1 = 23.$$

Câu 42: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau $|z-1| = \sqrt{34}; |z+1+mi| = |z+m+2i|$ (trong đó m là số thực) và sao cho $|z_1 - z_2|$ là lớn nhất. Khi đó giá trị của $|z_1 + z_2|$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. 10.

C. 2.

D. $\sqrt{130}$

Lời giải

Chọn C

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2 .

Gọi số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có $|z-1| = \sqrt{34} \Rightarrow M, N$ thuộc đường tròn (C) có tâm $I(1;0)$, bán kính $R = \sqrt{34}$.

$$\text{Mà } |z+1+mi| = |z+m+2i| \Leftrightarrow |(x+1) + (y+m)i| = |(x+m) + (y+2)i|$$

$$\Leftrightarrow (2-2m)x + (2m-4)y - 3 = 0 \Rightarrow M, N \text{ thuộc đường thẳng } (d) (2-2m)x + (2m-4)y - 3 = 0$$

Do đó M, N là giao điểm của d và đường tròn (C) .

Ta có $|z_1 - z_2| = MN$ nên $|z_1 - z_2|$ lớn nhất $\Leftrightarrow MN$ lớn nhất.

$\Leftrightarrow MN$ là đường kính của đường tròn tâm I bán kính 1.

Khi đó $|z_1 + z_2| = 2|OI| = 2.OI = 2$.

Câu 43: Một tấm bìa hình tròn có bán kính bằng 5 được cắt thành hai hình quạt, sau đó quấn hai hình quạt đó thành hai hình nón (không có đáy). Biết một trong hai hình nón này có diện tích xung quanh là 15π . Tính thể tích hình nón còn lại. Giả sử chiều rộng các mép dán không đáng kể.

A. $\frac{4\pi\sqrt{21}}{3}$.

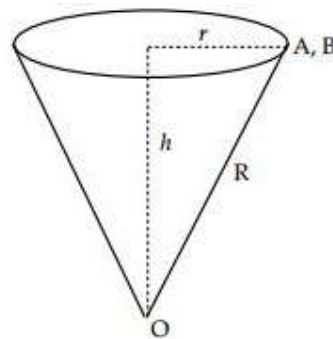
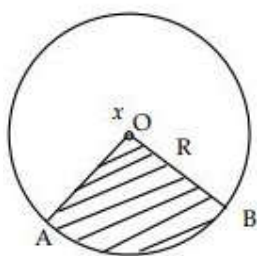
B. $2\pi\sqrt{21}$.

C. $\frac{2\pi\sqrt{21}}{3}$.

D. $4\pi\sqrt{21}$.

Lời giải

Chọn A



Ta xét hình nón được tạo thành như hình vẽ.

Trong đó x (rad) là số đo góc ở tâm $\widehat{AOB}$. Hình nón này có độ dài đường sinh $l = R = 5$.

Độ dài cung bị cắt đi là $L = xR = 5x = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{5x}{2\pi}$ (chính là chu vi đường tròn đáy hình nón).

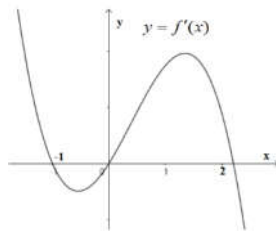
Giả sử hình nón này có diện tích xung quanh bằng $15\pi \Rightarrow \pi \cdot \frac{5x}{2\pi} \cdot 5 = 15\pi \Rightarrow x = \frac{6\pi}{5}$.

Vậy phần đường tròn còn lại có độ dài cung là $L' = 2\pi \cdot 5 - 5 \cdot \frac{6\pi}{5} = 4\pi$.

Hình nón còn lại có chu vi đường tròn đáy là $L' = 4\pi = 2\pi r' \Rightarrow r' = 2$

Thể tích hình nón còn lại là $V = \frac{1}{3} \pi \cdot 4 \cdot \sqrt{5^2 - 2^2} = \frac{4\pi\sqrt{21}}{3}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A. $a + c > 0$.

B. $a + b + c + d < 0$.

C. $a + c < b + d$.

D. $b + d - c > 0$.

Lời giải

Chọn A

Theo đồ thị ta có $f'(0) = 0 \Leftrightarrow d = 0$ và hệ số $a < 0$.

Xét $\int_{-1}^0 f'(x)dx = f(x)\Big|_{-1}^0 = -a + b - c + d$, mà $\int_{-1}^0 f'(x)dx < 0$ nên ta có $-a + b - c + d < 0$ (1)

Hay $a + c > b + d$. Do đó ta loại C.

Thay $d = 0$ ta có $a > b - c$, vì $a < 0$ nên $b - c < 0$. Loại D.

Câu 45: Cho số phức z thỏa mãn $z + \frac{1}{z} = 1$. Tìm phần thực của số phức $z^{2019} + \frac{1}{z^{2019}}$.

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn D

Giải phương trình $z + \frac{1}{z} = 1$ ta được 2 nghiệm là $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ và $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Ta thấy $|z_1| = |z_2| = 1$ và $\begin{cases} z_1 = \overline{z_2} \\ z_2 = \overline{z_1} \end{cases}$ nên $z_1 \cdot z_2 = z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2} = 1$.

Do đó $z_1^{2019} + \frac{1}{z_1^{2019}} = z_1^{2019} + (\overline{z_1})^{2019} = z_1^{2019} + z_2^{2019} = z_2^{2019} + \frac{1}{z_2^{2019}}$.

Lại có $z_1 = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$ và $z_2 = \cos(-\frac{\pi}{3}) + i \sin(-\frac{\pi}{3})$.

Nên $\begin{cases} z_1^{2019} = \cos \frac{2019\pi}{3} + i \sin \frac{2019\pi}{3} = \cos 673\pi + i \sin 673\pi = -1 \\ z_2^{2019} = \cos(-\frac{2019\pi}{3}) + i \sin(-\frac{2019\pi}{3}) = \cos(-673\pi) + i \sin(-673\pi) = -1 \end{cases}$.

Suy ra $z_1^{2019} + z_2^{2019} = -2$.

Vậy nếu số phức z thỏa mãn $z + \frac{1}{z} = 1$ thì $z^{2019} + \frac{1}{z^{2019}} = -2$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 1 = 0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vừa cắt vừa vuông góc với d . Tọa độ điểm B là:

- A. $(6; -7; 0)$. B. $(3; -2; -1)$ C. $(-3; 8; -3)$. D. $(0; 3; -2)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -1)$. Gọi $M(1+2t; -1+t; 2-t)$ thuộc đường thẳng d .

Ta có $\overrightarrow{AM} = (2t; t-3; 3-t)$, $AM \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0$

$$\Leftrightarrow 2(2t) + (t-3) - (3-t) = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 1$$

$$\overrightarrow{AM} = (2; -2; 2).$$

Đường thẳng AB có phương trình
$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = -1+t \end{cases}.$$

Tọa độ điểm B là nghiệm hệ
$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = -1+t \\ x + y + 2z + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \\ z = -2 \end{cases}.$$

Vậy $B = (0; 3; -2)$.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên khác 0 của tham số m sao cho $\log_2 \left[(x^2 + m)^2 \right] \leq 4, \forall x \in (0; |m|)$?

- A. 4. B. 1. C. 2 D. 3.

Lời giải

Chọn D

ĐK: $x^2 + m \neq 0$

Với ĐK trên $bpt \Leftrightarrow (x^2 + m)^2 \leq 16 \Leftrightarrow -4 \leq x^2 + m \leq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -x^2 - 4 \\ m \leq -x^2 + 4 \end{cases} \quad (1)$

Bất phương trình đã cho có nghiệm $\forall x \in (0; |m|) \Leftrightarrow (1)$ đúng $\forall x \in (0; |m|)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \max_{(0;|m|)} (-x^2 - 4) \\ m \leq \min_{(0;|m|)} (-x^2 + 4) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -4 \\ m \leq -m^2 + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -4 \\ \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \leq m \leq \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \leq m \leq \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

Vì $m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$ nên $m \in \{-2; -1; 1\}$

Câu 48: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đường thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó $\sin$ của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng:

A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

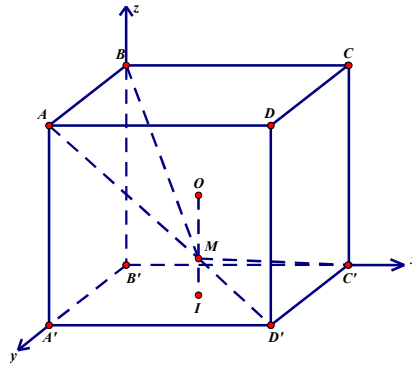
B. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$.

C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.

D. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

Lời giải

Chọn B



Cách 1:

Không giảm tính tổng quát, ta giả sử cạnh hình lập phương bằng 6.

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ, sao cho gốc tọa độ trùng với điểm B' .

Khi đó, $C'(6;0;0)$, $D'(6;6;0)$, $M(3;3;1)$, $A(0;6;6)$, $B(0;0;6)$.

$\overrightarrow{MC'}(3;-3;-1)$, $\overrightarrow{MD'}(3;3;-1)$

Suy ra vector pháp tuyến của $(MC'D')$ là $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{MC'}, \overrightarrow{MD'}] = (6;0;18) = 6(1;0;3)$.

$\overrightarrow{MA}(-3;3;5)$, $\overrightarrow{MB}(-3;-3;5)$

Suy ra vector pháp tuyến của (MAB) là $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}] = (30;0;18) = 6(5;0;3)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) , ta có

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{14}{\sqrt{340}}. \text{ Vậy } \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{6\sqrt{85}}{85}.$$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ và $\Delta': \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. Xét điểm M thay đổi. Gọi a, b lần lượt là khoảng cách từ M đến Δ và Δ' . Biểu thức $a^2 + 2b^2$ đạt nhỏ nhất khi và chỉ khi $M \equiv M_0(x_0; y_0; z_0)$. Khi đó $x_0 + y_0$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

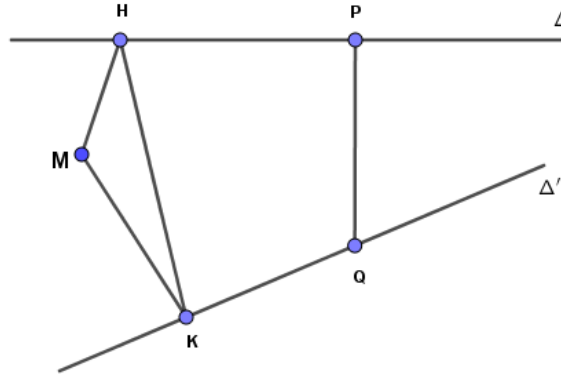
B. 0.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Nhận xét $P(0;0;1) \in \Delta$, $Q(1;0;0) \in \Delta'$, $\overrightarrow{PQ}(1;0;-1)$ và $\begin{cases} \overrightarrow{PQ} \perp \Delta \\ \overrightarrow{PQ} \perp \Delta' \end{cases}$

nên PQ là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng Δ, Δ' .

Gọi H, K lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ M xuống lần lượt xuống đường thẳng Δ và Δ' .

Với M thay đổi ta có: $MH + MK \geq HK \geq PQ \Rightarrow a + b \geq \sqrt{2}$.

Mặt khác $(a^2 + 2b^2)\left(1^2 + \frac{1}{2}\right) \geq (a+b)^2 \Rightarrow a^2 + 2b^2 \geq \frac{4}{3}$. Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=\sqrt{2} \\ \frac{a}{1} = \frac{b\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} M \in PQ \\ \overrightarrow{MP} = -2\overrightarrow{MQ} \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{PM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{PQ} \Rightarrow M\left(\frac{2}{3}; 0; \frac{1}{3}\right)$. Vậy $x_0 + y_0 = \frac{2}{3}$.

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số sau đồng biến trên $\mathbb{R}$:

$f(x) = \frac{1}{5}m^2x^5 - \frac{1}{3}mx^3 + 10x^2 - (m^2 - m - 20)x$. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. -2.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned}
\text{Ta có } f'(x) &= m^2 x^4 - mx^2 + 20x + (m^2 - m - 20) \\
&= m^2 (x^4 - 1) - m(x^2 - 1) + 20(x + 1) \\
&= (x + 1) \left[m^2 (x - 1)(x^2 + 1) - m(x - 1) + 20 \right] \\
&= (x + 1) \cdot g(x).
\end{aligned}$$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ g(x) = 0 \end{cases}$$

Để $f'(x) \geq 0$ thì $g(x) = 0$ có nghiệm $x = -1$. Ta có:

$$g(-1) = 0 \Leftrightarrow -4m^2 + 2m + 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

$$+) \ m = -2 \text{ thì } f'(x) = (x + 1) \left[4(x - 1)(x^2 + 1) + 20(x - 1) + 20 \right] = (x + 1)^2 (4x^2 - 8x + 14).$$

$$\begin{cases} (x + 1)^2 \geq 0 \\ 4x^2 - 80x + 14 > 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow m = -2 \text{ thỏa mãn.}$$

$$+) \ m = \frac{5}{2} \text{ thì } f'(x) = (x + 1) \left[\frac{25}{4}(x - 1)(x^2 + 1) - \frac{5}{2}(x - 1) + 20 \right] = \frac{5}{4}(x + 1)^2 (5x^2 - 10x + 13).$$

$$\begin{cases} (x + 1)^2 \geq 0 \\ 5x^2 - 10x + 13 > 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow m = \frac{5}{2} \text{ thỏa mãn.}$$

Vậy tổng các phân tử thuộc S bằng $-2 + \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$.