



Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ, cho số phức z có điểm biểu diễn là $M(3; -4)$. Số phức nghịch đảo của số phức z là

- A. $\frac{1}{z} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}i$. B. $\frac{1}{z} = -\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$.
C. $\frac{1}{z} = \frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$. D. $\frac{1}{z} = \frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$.

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(3x)$

- A. $y' = \frac{1}{x \ln 4}$. B. $y' = \frac{3}{x \ln 2}$. C. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$. D. $y' = \frac{3}{x \ln 4}$.

Câu 3: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^\pi$ là

- A. $y' = \pi x^{\pi-1}$. B. $y' = x^{\pi-1}$. C. $y' = \frac{1}{\pi} x^{\pi-1}$. D. $y' = \pi x^\pi$.

Câu 4: Giải bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-4} > \left(\frac{3}{4}\right)^{x+1}$.

- A. $S = [5; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 5)$. C. $S = (-\infty; -1)$. D. $S = (-1; 2)$.

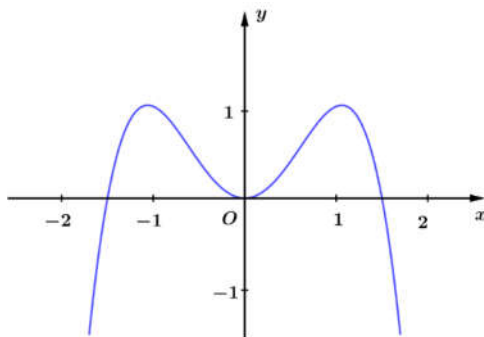
Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_4 = -16$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3. B. 2. C. -8. D. -2.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$ B. $\vec{k} = (0; 0; 1)$ C. $\vec{j} = (0; 1; 0)$ D. $\vec{m} = (1; 1; 1)$

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ sau:



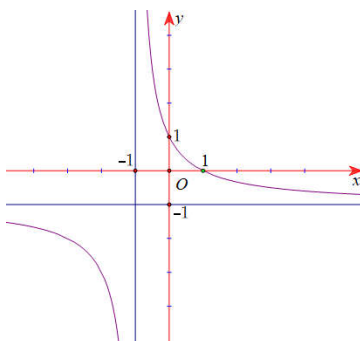
Số nghiệm phương trình $4f(x) - 3 = 0$ là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Tính $I = \int_1^2 f'(x) dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = -1$. C. $I = 3$. D. $I = \frac{7}{2}$.

Câu 9: Đồ thị ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?



- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$. C. $y = \frac{x+1}{1-x}$. D. $y = \frac{1-x}{x+1}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. 9. C. 3. D. $\sqrt{15}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình là $x - z - 3 = 0$. Tính góc giữa (P) và mặt phẳng (Oxy) .

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 12: Số phức z có $\bar{z} = 3 - 4i$. Phần thực của số phức $w = z + 2\bar{z}$ là

- A. 7. B. 9. C. 5. D. -9.

Câu 13: Thể tích của khối hộp chữ nhật cạnh $a, 2a, 3a$ là

- A. $6a^2$. B. $6a^3$. C. $2a^2$. D. $2a^3$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = \sqrt{3}a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\sqrt{3}a^3$. B. $3a^3$. C. a^3 . D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 12z = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 2 = 0$. Tính diện tích thiết diện của mặt cầu (S) cắt bởi mặt phẳng (P)

- A. $S = 49\pi$. B. $S = 50\pi$. C. $S = 25\pi$. D. $S = 36\pi$.

Câu 16: Cho số phức $\bar{z} = 4 - 3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng 3.
B. Phần thực bằng -4 , phần ảo bằng -3 .
C. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng -3 .
D. Phần thực bằng -4 , phần ảo bằng 3.

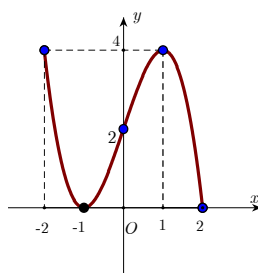
Câu 17: Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là

- A. $\pi r^2 h$. B. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. C. $2\pi r^2 h$. D. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-2}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc d ?

- A. $Q(-3; -2; 1)$. B. $M(4; -1; 1)$.
C. $N(2; 5; -3)$. D. $P(3; 2; -1)$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên



Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = -2$. D. $x = 2$.

Câu 20: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$?

- A. $x = 1$ B. $y = -1$ C. $y = 2$ D. $x = -1$

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

- A. $(1; 9)$. B. $(9; +\infty)$. C. $[1; 9)$. D. $(-\infty; 9)$.

Câu 22: Một tổ có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh trong đó có đúng 2 học sinh nữ?

- A. 16800. B. 350. C. 45. D. 860.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$. B. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.
C. $F(x) = f(x), \forall x \in K$. D. $F'(x) = f'(x), \forall x \in K$.

Câu 24: Cho $\int_1^3 f(x) dx = 18$. Khi đó $\int_1^3 [5 - 2f(x)] dx$ bằng

- A. -46. B. -26. C. 16. D. -31.

Câu 25: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + \sin x$ là

- A. $\frac{x^5}{5} + \cos x + C$. B. $\frac{x^5}{5} - \cos x + C$.
C. $4x^3 - \cos x + C$. D. $4x^3 + \cos x + C$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$-$	$+$	0	$-$

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 28: Cho các số thực $a < b < 0$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln|a| - \ln|b|$. **B.** $\ln\sqrt{ab} = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.

C. $\ln(ab)^2 = \ln(a^2) + \ln(b^2)$. **D.** $\ln\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \ln(a^2) - \ln(b^2)$.

Câu 29: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + x - 2$ và trục hoành bằng

A. 9. **B.** $\frac{13}{6}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 30: Cho hình chóp $ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (SCD) bằng

A. 30° . **B.** 90° . **C.** 60° . **D.** 45° .

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = 2m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

A. $0 < m < \frac{1}{2}$. **B.** $0 \leq m \leq 1$. **C.** $0 < m < 1$. **D.** $m < 1$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; 2)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Câu 33: Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

A. $\frac{5}{22}$ **B.** $\frac{6}{11}$ **C.** $\frac{5}{11}$ **D.** $\frac{8}{11}$

Câu 34: Biết phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2(2x) - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị của $x_1 \cdot x_2$ bằng

A. 4. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** -3. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 35: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(2; -1); R = 4$. **B.** $I(-2; -1); R = 2$.
C. $I(-2; -1); R = 4$. **D.** $I(2; -1); R = 2$.

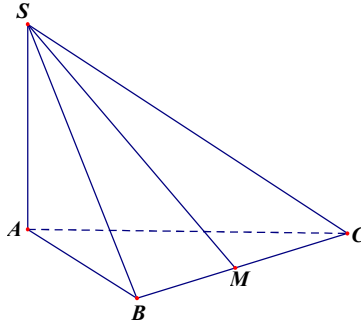
Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng CD với $C(1; 1; 2)$ và $D(-4; 3; -2)$ là

A. $\frac{x+4}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-2}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-2}$.
C. $\frac{x+1}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-4}$. **D.** $\frac{x+4}{-5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-4}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $M(4; -5; 3)$ qua trục Oz có tọa độ là

- A. $(4; -5; -3)$. B. $(-4; 5; 3)$. C. $(-4; 5; -3)$. D. $(0; 0; 3)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng



- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. C. $\frac{2\sqrt{17}a}{17}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 39: Bất phương trình $\log_{\left(\frac{1}{2}\right)}(2^x - 4) > -4$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. Vô số. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ xác định $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$, thỏa $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng

- A. $\ln 15$. B. $2 + \ln 15$. C. $3 + \ln 15$. D. $4 + \ln 15$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^4 - (m^2 - 9)x^2 + 2m$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

- A. 2. B. vô số. C. 4. D. 7.

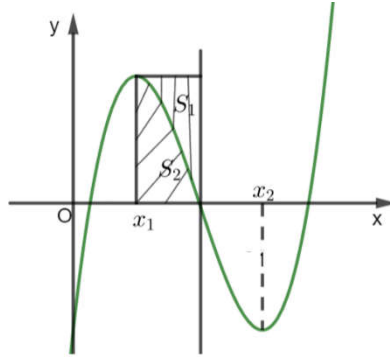
Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|z + 3 - 4i| = 3$ và $w = 2z + 3 - 2i$. Khi đó $|w|$ có giá trị lớn nhất bằng

- A. $6 - 3\sqrt{5}$. B. $6 + 3\sqrt{5}$. C. 7. D. $3\sqrt{5}$.

Câu 43: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AB = 3a$ và $AC = 4a$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$, biết khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(B'AC)$ bằng $\frac{3a\sqrt{15}}{10}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $27a^3$. B. $9a^3$. C. $4a^3$. D. a^3 .

Câu 44: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng:



- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{5}{8}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 45: Cho phương trình $z^2 - 2mz + 6m - 8 = 0$. (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $\overline{z_1 z_1} = \overline{z_2 z_2}$?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Gọi $M(a; b; c) \in (P)$ sao cho $AM = 4$. Tính $a + b + c$.

- A. $\frac{2}{3}$. B. 2. C. $\frac{8}{3}$. D. 12.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y)$?

- A. 115. B. 58. C. 59. D. 116.

Câu 48: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20$, bán kính đáy $r = 25$. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và khoảng cách từ tâm của đáy hình nón đến mặt phẳng này bằng 12. Diện tích thiết diện thu được bằng

- A. 500. B. 400. C. 300. D. 406.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-10; -5; 8)$, $B(2; 1; -1)$, $C(2; 3; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 9 = 0$. Xét M là điểm thay đổi trên (P) sao cho $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$.

- A. 54. B. 282. C. 256. D. 328.

Câu 50: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$ luôn đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

- A. 18. B. 19. C. 21. D. 20.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.A	4.B	5.D	6.B	7.A	8.A	9.D	10.C
11.C	12.B	13.B	14.D	15.A	16.A	17.D	18.A	19.A	20.D
21.A	22.B	23.B	24.B	25.B	26.C	27.D	28.B	29.C	30.D
31.A	32.A	33.C	34.A	35.C	36.D	37.B	38.C	39.B	40.C
41.A	42.B	43.A	44.D	45.D	46.A	47.D	48.A	49.B	50.D

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU VẬN DỤNG, VẬN DỤNG CAO

Câu 39: Bất phương trình $\log_{\left(\frac{1}{2}\right)}(2^x - 4) > -4$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. Vô số. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $2^x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

$$\log_{\left(\frac{1}{2}\right)}(2^x - 4) > -4$$

$$\Rightarrow 2^x - 4 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \Leftrightarrow 2^x - 4 < 16 \Leftrightarrow 2^x < 20 \Leftrightarrow x < \log_2 20$$

So với điều kiện ta có: $2 < x < \log_2 20$

Vậy nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là $x = 3, x = 4$.

- Câu 40:** Cho hàm số $f(x)$ xác định $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$, thỏa $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng
- A.** $\ln 15$. **B.** $2 + \ln 15$. **C.** $3 + \ln 15$. **D.** $4 + \ln 15$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$

$$\Rightarrow f(x) = \int \frac{2}{2x-1} dx = \ln|2x-1| + C = \begin{cases} \ln(1-2x) + C_1 & ; x < \frac{1}{2} \\ \ln(2x-1) + C_2 & ; x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

$f(0) = 1 \Rightarrow C_1 = 1$ và $f(1) = 2 \Rightarrow C_2 = 2$.

Do đó $f(x) = \begin{cases} \ln(1-2x) + 1 & ; x < \frac{1}{2} \\ \ln(2x-1) + 2 & ; x > \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(-1) = \ln 3 + 1 \\ f(3) = \ln 5 + 2 \end{cases}$

$\Rightarrow f(-1) + f(3) = 3 + \ln 15$.

- Câu 41:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^4 - (m^2 - 9)x^2 + 2m$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

- A.** 2. **B.** vô số. **C.** 4. **D.** 7

Lời giải

Chọn A

Để hàm số $y = mx^4 - (m^2 - 9)x^2 + 2m$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -m(m^2 - 9) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 - 9 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 0 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-2; -1\}.$$

- Câu 42:** Cho số phức z thỏa mãn $|z + 3 - 4i| = 3$ và $w = 2z + 3 - 2i$. Khi đó $|w|$ có giá trị lớn nhất bằng

- A.** $6 - 3\sqrt{5}$. **B.** $6 + 3\sqrt{5}$. **C.** 7. **D.** $3\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

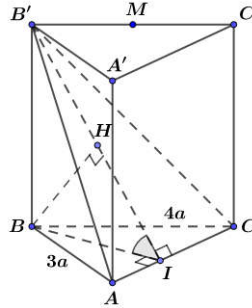
Ta có $|w| = |2z + 3 - 2i| = |2(z + 3 - 4i) - 3 + 6i| \leq |2(z + 3 - 4i)| + |-3 + 6i|$
 $= 6 + \sqrt{(-3)^2 + 6^2} = 6 + 3\sqrt{5}.$

Câu 43: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AB = 3a$ và $AC = 4a$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$, biết khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(B'AC)$ bằng $\frac{3a\sqrt{15}}{10}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $27a^3$. **B.** $9a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** a^3 .

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có: } d(M; (B'AC)) = \frac{1}{2}d(C'; (B'AC)) = \frac{1}{2}d(B; (B'AC))$$

Gọi I là hình chiếu của B trên AC và H là hình chiếu của B trên $B'I$

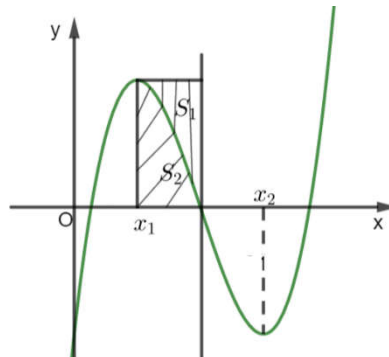
$$\Rightarrow BH \perp (B'AC) \Rightarrow d(B; (B'AC)) = BH \Rightarrow BH = \frac{3a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Xét tam giác } ABC \text{ có } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin 60^\circ = 3a^2\sqrt{3} \Rightarrow BI = \frac{2S}{AC} = \frac{3a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Xét tam giác } B'BI \text{ có } B'B = \frac{BI.BH}{\sqrt{BI^2 - BH^2}} = 3a\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy thể tích lăng trụ là: } V = S_{\triangle ABC}.B'B = 3a^2\sqrt{3}.3a\sqrt{3} = 27a^3.$$

Câu 44: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng:

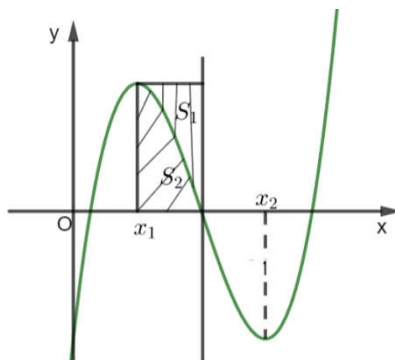


- A.** $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Tính tiến điểm uốn về gốc tọa độ, ta được hình vẽ bên dưới.



Khi đó, do $f(x)$ là hàm bậc ba, nhận gốc tọa độ là tâm đối xứng nên $x_1 = -1; x_2 = 1$.

Chọn $f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x$.

$$\text{Nên } S_2 = \int_{-1}^0 (x^3 - 3x) dx = \frac{5}{4}; S_1 + S_2 = 2 \Rightarrow S_1 = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{5}.$$

Câu 45: Cho phương trình $z^2 - 2mz + 6m - 8 = 0$. (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \overline{z_1} = z_2 \overline{z_2}$?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta' = m^2 - 6m + 8$

$$\text{TH1: } \Delta' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < 2 \end{cases}$$

Khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt z_1, z_2 và

$$z_1 \overline{z_1} = z_2 \overline{z_2} \Leftrightarrow z_1^2 = z_2^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = z_2 \text{ (loại)} \\ z_1 = -z_2 \end{cases} \Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0 \Leftrightarrow 2m = 0 \Leftrightarrow m = 0 \text{ (tm)}$$

$$\text{TH2: } \Delta' < 0 \Leftrightarrow 2 < m < 4$$

Khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2

$$z_1 \overline{z_1} = z_2 \overline{z_2} \Leftrightarrow z_1 \cdot z_2 = z_1 \cdot z_1$$

$$\text{Mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{3\}$$

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Gọi $M(a; b; c) \in (P)$ sao cho $AM = 4$. Tính $a + b + c$.

- A.** $\frac{2}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } d(A, (P)) = \frac{|2 + 4 + 3 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1}} = 4 = AM \Rightarrow M \text{ là hình chiếu vuông góc của } A \text{ lên } (P).$$

$$\Rightarrow M \in (P) \text{ và } \overrightarrow{AM} = (a - 1; b + 2; c - 3) \text{ cùng phương với VTPT của } (P) \vec{n} = (2; -2; 1).$$

$$\Rightarrow \text{Tọa độ của } M \text{ là nghiệm của hệ: } \begin{cases} 2a - 2b + c + 3 = 0 \\ \frac{a - 1}{2} = \frac{b + 2}{-2} = \frac{c - 3}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{3} \\ b = \frac{2}{3} \\ c = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow a + b + c = \frac{2}{3}.$$

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y)$?

- A.** 115. **B.** 58. **C.** 59. **D.** 116.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x + y > 0 \\ x^2 + y > 0 \\ x, y \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y) \Leftrightarrow x^2 + y \geq 4^{\log_3(x + y)} \Leftrightarrow x^2 + y \geq (x + y)^{\log_3 4}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - y \geq (x + y)^{\log_3 4} - (x + y). \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = x + y \Rightarrow t \geq 1 \text{ thì (1) được viết lại là } x^2 - y \geq t^{\log_3 4} - t \quad (2)$$

Với mỗi x nguyên cho trước có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn bất phương trình (1)

Tương đương với bất phương trình (2) có không quá 728 nghiệm t .

Nhận thấy $f(t) = t^{\log_3 4} - t$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ nên nếu $x^2 - y \geq 729^{\log_3 4} - 729 = 3367$ thì sẽ có ít nhất 729 nghiệm nguyên $t \geq 1$.

Do đó yêu cầu bài toán tương đương với $x^2 - x \leq 3367 \Leftrightarrow -57 \leq x \leq 58$.

Mà x nguyên nên x nhận các giá trị $-57, -56, \dots, 57, 58$.

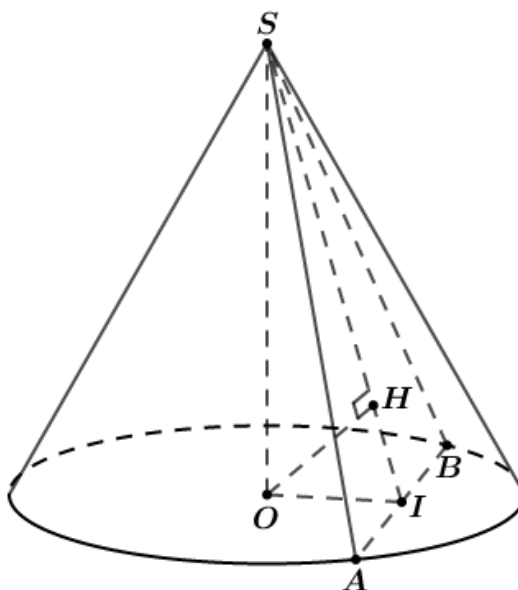
Vậy có tất cả 116 số nguyên x thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 48: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20$, bán kính đáy $r = 25$. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và khoảng cách từ tâm của đáy hình nón đến mặt phẳng này bằng 12. Diện tích thiết diện thu được bằng

- A.** 500. **B.** 400. **C.** 300. **D.** 406.

Lời giải

Chọn A



Giả sử thiết diện thỏa đề bài là tam giác SAB , chiều cao $SO = 20$, bán kính đáy $OA = 25$.

Gọi I là trung điểm của AB , trong mặt phẳng (SOI) kẻ $OH \perp SI$ tại H .

Ta có $AB \perp OI$ và $AB \perp SO \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow OH \perp AB$. Lại có $OH \perp SI \Rightarrow OH \perp (SAB)$.

Do đó khoảng cách từ tâm của đáy đến thiết diện là $OH = 12$.

Xét tam giác vuông SOI vuông tại O có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{12^2} - \frac{1}{20^2} = \frac{1}{225} \Rightarrow OI = 15$$

$$\text{và } SI = \sqrt{OI^2 + SO^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } OIA \text{ vuông tại } I \text{ có } IA = \sqrt{OA^2 - OI^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20 \Rightarrow AB = 40$$

Vậy diện tích thiết diện $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB.SI = \frac{1}{2} 40.25 = 500$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-10;-5;8)$, $B(2;1;-1)$, $C(2;3;0)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-9=0$. Xét M là điểm thay đổi trên (P) sao cho $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$.

- A. 54. B. 282. C. 256. D. 328.

Lời giải

Chọn B

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{IA} = (-10-x; -5-y; 8-z)$, $\overrightarrow{IB} = (2-x; 1-y; -1-z)$, $\overrightarrow{IC} = (2-x; 3-y; -z)$.

$$\text{Khi đó, } \begin{cases} (-10-x) + 2(2-x) + 3(2-x) = 0 \\ (-5-y) + 2(1-y) + 3(3-y) = 0 \\ (8-z) + 2(-1-z) + 3(-z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow I(0; 1; 1).$$

Với điểm M thay đổi trên (P) , ta có

$$\begin{aligned} MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 6MI^2 + IA^2 + 2IB^2 + 3IC^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}) \\ &= 6MI^2 + IA^2 + 2IB^2 + 3IC^2. \end{aligned}$$

Ta lại có $IA^2 + 2IB^2 + 3IC^2 = 185 + 2.8 + 3.9 = 228$.

Do đó, $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ đạt giá trị nhỏ nhất

$\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P) .

Khi đó, $MI = d(I, (P)) = 3$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ bằng

$$6MI^2 + 228 = 6.9 + 228 = 282.$$

Giá trị nhỏ nhất của $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt được khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của I trên (P) .

Lưu ý thêm cách tìm điểm M như sau:

Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc với (P) . Phương trình của Δ : $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$.

Ta có $M = \Delta \cap (P)$. Xét phương trình

$$t + 2(1 + 2t) - 2(1 - 2t) - 9 = 0 \Leftrightarrow 9t - 9 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M(1; 3; -1).$$

Câu 50: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$ luôn đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 18.

B. 19.

C. 21.

D. 20.

Lời giải

Chọn D

Xét $f(x) = x^3 - mx^2 + 12x + 2m$. Ta có $f'(x) = 3x^2 - 2mx + 12$ và $f(1) = 13 + m$.

Để hàm số $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì có hai trường hợp sau

Trường hợp 1: Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(1; +\infty)$ và $f(1) \leq 0$.

Điều này không xảy ra vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - mx^2 + 12x + 2m) = +\infty$.

Trường hợp 2: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$ và $f(1) \geq 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2mx + 12 \geq 0, \forall x > 1 \\ 13 + m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2}x + \frac{6}{x}, \forall x > 1 \\ m \geq -13 \end{cases} \quad (*)$$

Xét $g(x) = \frac{3}{2}x + \frac{6}{x}$ trên khoảng $(1; +\infty)$: $g'(x) = \frac{3}{2} - \frac{6}{x^2}$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} - \frac{6}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 2$.

Bảng biến thiên:

x	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$\frac{15}{2}$	6	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $m \leq \frac{3}{2}x + \frac{6}{x}, \forall x > 1 \Leftrightarrow m \leq 6$.

Kết hợp (*) suy ra $-13 \leq m \leq 6$. Vì m nguyên nên $m \in \{-13; -12; -11; \dots; 5; 6\}$. Vậy có 20 giá trị nguyên của m .